



Akademia Górniczo-Hutnicza  
im. Stanisława Staszica  
Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki

Paweł Wołoszyn

**Modelowanie dynamiki  
chaotycznych systemów w biologicznych  
z użyciem metod multiagentowych**

Rozprawa doktorska

promotor  
Prof. zw. dr hab. inż. Ryszard Tadeusiewicz

Kraków 2004

## Spis treści

|                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------|-----|
| Wstęp .....                                               | 3   |
| Wykaz używanych oznaczeń .....                            | 6   |
| 1. Chaos deterministyczny w systemach komputerowych ..... | 8   |
| 1.1 Determinizm symulacji komputerowych .....             | 8   |
| 1.2 Chaos a przewidywalność symulacji .....               | 11  |
| 1.3 Źródła zachowań chaotycznych .....                    | 15  |
| 1.4 Chaos w komputerowych systemach iteracyjnych .....    | 18  |
| 2. Złożone systemy przyrody i informatyki .....           | 24  |
| 2.1 Samopodobieństwo procesów ewolucji .....              | 24  |
| 2.2 Ewolucja w biologii i informatyce .....               | 30  |
| 2.3 Multiagentowe modele przyrody .....                   | 35  |
| 3. Multiagentowe systemy chaotyczne .....                 | 39  |
| 3.1 Założenia ogólne .....                                | 39  |
| 3.2 Elementy systemu .....                                | 40  |
| 3.3 Dynamika .....                                        | 43  |
| 3.4 Zachowania chaotyczne .....                           | 49  |
| 3.5 System jako całość .....                              | 51  |
| 3.6 Systemy hiperagentowe .....                           | 56  |
| 4. Modele biomedyczne i populacyjne .....                 | 59  |
| 4.1 Wprowadzenie .....                                    | 59  |
| 4.2 Organizmy wielokomórkowe .....                        | 63  |
| 4.3 Kolonie komórkowe .....                               | 67  |
| 4.4 Społeczności zwierzęce .....                          | 70  |
| 4.5 Społeczeństwo ludzkie .....                           | 73  |
| 5. Eksperymenty symulacyjne .....                         | 76  |
| 5.1 Środowisko eksperymentalne CAMEL .....                | 76  |
| 5.2 Doświadczalny system MACS .....                       | 79  |
| 5.3 Wyniki symulacji komputerowych .....                  | 87  |
| 5.4 Wnioski .....                                         | 97  |
| 6. Zakończenie .....                                      | 101 |
| 6.1 Narzędzie modelowania .....                           | 101 |
| 6.2 Kierunki dalszych badań .....                         | 102 |
| Literatura .....                                          | 104 |

## Wstęp

Systemy multiagentowe to coraz szerzej spotykana we współczesnej informatyce forma złożonych aplikacji komputerowych realizujących określone zadania w sposób rozproszony i równoległy. Systemy takie są kolejnym stadium ewolucji technologii informatycznej, która nieustannie dąży z jednej strony do realizacji rosnących oczekiwań użytkowników lokalnych i globalnych sieci komputerowych, z drugiej strony do zapewnienia sprawnego funkcjonowania i dalszego rozwoju coraz bardziej skomplikowanych sieci.

Tendencja do decentralizacji systemów informatycznych i zastąpienia liniowego przetwarzania dużych zbiorów informacji przez przetwarzanie rozproszone stanowi odzwierciedlenie naturalnych procesów obserwowanych w przyrodzie. Układy złożone, jakimi są wszelkie struktury biologiczne w całym zakresie skali wielkości, od cząsteczek białek do ekosystemów, wykazują podobny, rozproszony model przetwarzania, sterowania i komunikacji. Potwierdzona ewolucyjnie sprawność i skuteczność takiego modelu stanowi inspirację i zarazem wyzwanie dla nowych kierunków badań w obszarze cybernetyki.

Czerpiąc z obserwacji przyrodniczych można rozszerzyć pojęcie systemów multiagentowych na zjawiska odleglejsze od informatyki i uogólnić je tak, aby obejmowały dowolne zbiorowości aktywnych obiektów, agentów funkcjonujących w środowisku zapewniającym komunikację pomiędzy nimi. Rzeczywiste systemy biologiczne są właśnie takimi szeroko pojętymi systemami multiagentowymi o wielopoziomowej strukturze organizacji i, co za tym idzie, niezwyklej złożoności, przy czym owa złożoność wynika raczej nie z różnorodności stosunkowo prostych elementów tworzących układ, lecz z ich mnogości. Multiagentowe ujęcie układów biologicznych podkreśla podobieństwo poszczególnych agentów, ich aktywny, dynamiczny charakter oraz współdziałanie w ramach danego środowiska. Takie podejście w naturalny sposób poszukuje również emergentnych cech systemów, jak zdolność wewnętrznej koordynacji funkcji lub utrzymania homeostazy, które nie wynikają wprost z właściwości izolowanych agentów.

Układy dynamiczne, będące zbiorowością agentów, podlegają pewnym ścisłym regułom, według których agenty działają. Rozpatrywany jako całość system multiagentowy posiada określony stan, determinowany przez stany poszczególnych agentów oraz przez stan środowiska ich funkcjonowania. Dynamika takiego układu sprawia, że jego stan zmienia się w czasie kreśląc pewną trajektorię w wielowymiarowej przestrzeni stanów całego systemu. Podobnie poszczególne agenty przemierzają własne trajektorie w przestrzeniach o mniejszej liczbie wymiarów. Złożoność systemu i wzajemnych

relacji wiążących jego elementy sprzyja złożoności tych trajektorii czyniąc je trudnymi do przewidzenia pomimo pełnej znajomości stanów agentów oraz reguł rządzących zmianami tych stanów. Co więcej, zachowanie się układu może być wrażliwe na dowolnie małe bodźce zewnętrzne, które pomimo bezpośrednio niewielkiego wpływu na stan systemu doprowadzają w dłuższym horyzoncie czasowym do znacznego oddalenia od pierwotnej trajektorii, po której poruszałby się system nie poddany bodźcom.

Powyższe cechy systemu dynamicznego świadczą o występowaniu w nim chaosu deterministycznego, sam zaś system można określić jako układ chaotyczny. Chaotyczne są ze swej natury występujące realnie układy biologiczne, które wielokrotnie dostarczały materiału do badań chaosu deterministycznego od początku rozwoju tego obszaru nauki. Jednocześnie te same układy stanowią szeroko pojęte systemy multiagentowe.

Połączenie obu ujęć badawczych, a mianowicie potraktowanie systemu multiagentowego jako układu z chaosem deterministycznym, stanowi propozycję nowego podejścia do modelowania zjawisk zachodzących w przyrodzie ożywionej. Przedstawiona w niniejszej rozprawie koncepcja multiagentowych systemów chaotycznych dostarcza nowych metod tworzenia złożonych układów dynamicznych, w których obserwować można interesujące zachowania naśladujące procesy biologiczne. Ilustrację zaproponowanego podejścia stanowią wyniki licznych eksperymentów symulacyjnych z multiagentowymi systemami chaotycznymi. Rozpatrywane w doświadczalnej części rozprawy systemy należą do stosunkowo prostych modeli, odległych jeszcze stopniem złożoności od rzeczywistych systemów biologicznych, niemniej analiza ich zachowania pozwala wyciągnąć ważne wnioski i wskazać możliwości dalszych badań.

Opisywane podejście badawcze oparte jest na dwóch zasadniczych teoriach, chaosu deterministycznego i systemów multiagentowych, im też poświęcone są początkowe rozdziały pracy. Pierwszy rozdział prezentuje zagadnienia teorii chaosu w kontekście systemów komputerowych. Dyskutowany jest determinizm i chaotyczna nieprzewidywalność zjawisk zachodzących w przyrodzie oraz jej modelach komputerowych. Przedstawione są właściwości układów dynamicznych decydujące o wystąpieniu w nich chaosu. Rozdział ten wprowadza również pewne pojęcia wynikające z zawartych w nim rozważań nad chaosem obserwowanym w iteracyjnych systemach dynamicznych o skończonej przestrzeni stanów.

Drugi rozdział pracy poświęcony jest systemom multiagentowym zarówno w ścisłym rozumieniu nauk technicznych, jak i przede wszystkim w szerszej perspektywie systemów złożonych, biologicznych i abstrakcyjnych. Wśród omawianych zagadnień znajdują się procesy ewolucji biologicznej i ich samopodobna iteracyjna charakterystyka, jak również analogie między ewolucją organizmów żywych i systemów komputerowych uzasadniające propozycję wykorzystania podejścia multiagentowego w modelowaniu zjawisk przyrodniczych.

Rozdział trzeci zawiera formalny opis koncepcji multiagentowego systemu chaotycznego. Wymienione są elementy składowe, strukturalne i funkcjonalne tego rodzaju systemu. Przedstawiona jest dynamika zachowania się agentów wraz z ich środowiskiem, a także drogi rozprzestrzeniania się sygnałów

wewnątrz systemu. Rozważane są możliwości wystąpienia chaosu deterministycznego w dynamice agentów oraz wynikająca stąd klasyfikacja systemów. Omówione zostają własności multiagentowych systemów chaotycznych, zwłaszcza pod względem ich zastosowania jako modeli zjawisk biologicznych. W tym rozdziale zarysowana jest także idea systemu hiperagentowego.

W kolejnym rozdziale znajduje się prezentacja systemów złożonych występujących w świecie biologicznym oraz ich podobieństw do wprowadzonych wcześniej multiagentowych systemów chaotycznych. Rozważania obejmują przegląd szerokiego zakresu skal złożoności systemów biologicznych, poczynając od organizmów wielokomórkowych poprzez kolonie komórkowe, zbiorowości zwierząt aż do społeczeństw ludzi. Przytaczane w dyskusji zjawiska i procesy dotyczą komunikacji międzykomórkowej, rozwoju zarodkowego, odporności immunologicznej, koordynacji neurohumoralnej oraz innych ważnych z medycznego punktu widzenia problemów. Omawiane są również różnorodne przykłady spontanicznych zachowań zbiorowych u zwierząt i ludzi.

Ostatni, piąty rozdział poświęcony jest komputerowym eksperymentom symulacyjnym przeprowadzanym na modelach multiagentowych systemów chaotycznych. Przedstawione jest specjalistyczne oprogramowanie stworzone przez autora na potrzeby prowadzenia symulacji oraz analizy ich rezultatów. Następnie opisane zostają modele wykorzystywane podczas eksperymentów, przebieg doświadczeń ze spontaniczną synchronizacją w systemach multiagentowych oraz wyniki symulacji dyskutowane szczególnie pod kątem wnioskowania na temat natury podobnych zjawisk biologicznych. Końcowa część pracy podsumowuje wcześniejsze rozważania oraz wskazuje kierunki kontynuacji badań, zarówno w aspekcie teoretycznym, jak i doświadczalnym.

W rozprawie można wyodrębnić dwa zasadnicze nurty, teoretyczny oraz aplikacyjny. Centralną tezę części teoretycznej jest twierdzenie, że multiagentowe systemy chaotyczne stanowią adekwatne narzędzie modelowania dynamiki złożonych systemów biologicznych. Prowadzenie badań w obszarze złożonych chaotycznych systemów biologicznych jest uwarunkowane istnieniem specjalizowanego oprogramowania umożliwiającego dokonywanie komputerowych eksperymentów symulacyjnych z udziałem modeli multiagentowych. Uwarunkowanie to można traktować jako uzupełniającą tezę o charakterze aplikacyjnym.

Prezentowana rozprawa powstała dzięki inspiracji i przychylności różnych osób. Autor pragnie wyrazić głęboką wdzięczność opiekunowi naukowemu i promotorowi niniejszej rozprawy, Profesorowi Ryszardowi Tadeusiewiczowi, za życzliwe wsparcie i motywację w pracy naukowej. Pragnie również podziękować wszystkim pozostałym osobom, które przyczyniły się do nadania tej pracy ostatecznego kształtu.

## Wykaz używanych oznaczeń

W całości rozprawy przyjęta jest konwencja zakładająca, że do zbioru liczb naturalnych należy liczba 0.

- $N$  – zbiór liczb naturalnych
- $R$  – zbiór liczb rzeczywistych
- $F$  – zbiór liczb w komputerowej reprezentacji zmiennopozycyjnej
- $\mathbf{a}$  – wektor stanu agenta
- $\mathbf{a}_k^t$  – stan  $k$ -tego agenta w chwili  $t$
- $\mathbf{a}^\rho$  – stan agenta po aktywowaniu funkcji przejścia
- $\mathbf{a}_k^\lambda$  – wektor reakcji lokalnej  $k$ -tego agenta
- $\mathbf{a}^\rho$  – stan agenta po recepcji reakcji lokalnej
- $A$  – zbiór agentów
- $\mathbf{A}$  – macierz stanu zbioru agentów
- $\mathbf{A}^t$  – stan zbioru agentów w chwili  $t$
- $\mathbf{A}^\lambda$  – macierz reakcji lokalnych agentów
- $c$  – współczynnik odwzorowania logistycznego
- $\mathbf{e}$  – wektor stanu środowiska
- $\mathbf{e}^t$  – stan środowiska w chwili  $t$
- $\mathbf{e}^\rho$  – stan środowiska po aktywowaniu funkcji przejścia
- $\mathbf{e}^\rho$  – stan środowiska po recepcji bodźca
- $E$  – środowisko
- $I_A$  – zbiór indeksów agentów
- $I_E$  – zbiór indeksów zmiennych stanu środowiska
- $I_\alpha$  – zbiór indeksów zmiennych stanu agentów
- $n_A$  – liczba agentów w systemie
- $n_E$  – liczba zmiennych stanu środowiska
- $n_\alpha$  – liczba zmiennych stanu agenta
- $\mathbf{s}$  – wektor bodźca zewnętrznego
- $S$  – system multiagentowy

|                           |                                                       |
|---------------------------|-------------------------------------------------------|
| $t$                       | – indeks momentu czasu                                |
| $t_0$                     | – początkowy moment ewolucji systemu                  |
| $T$                       | – zbiór czasu                                         |
| $x^t$                     | – wartość zmiennej $x$ w chwili $t$                   |
| $\bar{x}$                 | – średnia wartość zmiennej $x$ w zbiorze agentów      |
| $\alpha$                  | – agent                                               |
| $\delta$                  | – odchylenie agenta                                   |
| $\bar{\delta}$            | – średnia wartość odchylenia agenta w zbiorze agentów |
| $\varphi_E$               | – funkcja przejścia środowiska                        |
| $\varphi_\alpha$          | – funkcja przejścia agenta                            |
| $\lambda$                 | – funkcja reakcji lokalnej środowiska                 |
| $\mu$                     | – miara zbioru                                        |
| $\rho_E$                  | – funkcja recepcji środowiska                         |
| $\bar{\bar{\rho}}_E$      | – funkcja recepcji środowiska izolowanego             |
| $\rho_\alpha$             | – funkcja recepcji agenta                             |
| $\bar{\bar{\rho}}_\alpha$ | – funkcja recepcji agenta izolowanego                 |
| $\Omega$                  | – przestrzeń stanów systemu                           |
| $\Omega_A$                | – przestrzeń stanów zbioru agentów                    |
| $\Omega_E$                | – przestrzeń stanów środowiska                        |
| $\Omega_\alpha$           | – przestrzeń stanów agenta                            |



# 1. Chaos deterministyczny w systemach komputerowych

## 1.1 *Determinizm symulacji komputerowych*

Chaos deterministyczny to określenie zestawiające dwa pojęcia, chaosu oraz determinizmu, których intuicyjne rozumienie może wydawać się przeciwstawne. Chaos reprezentuje brak regularności, determinizm oznacza podporządkowanie regułom. To z pozoru paradoksalne połączenie posiada jednak ugruntowaną pozycję w naukach zajmujących się badaniem dynamiki systemów. Chaotyczność oraz determinizm są bowiem cechami niezależnymi od siebie i reprezentują różne aspekty zachowania systemów.

Determinizm systemu dynamicznego oznacza obecność w nim ścisłych reguł zachowania uwzględniających chronologię stanów systemu łącznie ze stanem początkowym oraz wszystkie warunki, w jakich system funkcjonuje, a więc zewnętrzne wpływy wywierane przez otoczenie. W ewolucji systemu deterministycznego kolejne stany następujące po sobie uzależnione są od stanów poprzednich i z nich w pewien niezmienny sposób wynikają.

Pojęcie determinizmu może mieć różne interpretacje w zależności od ogólnych założeń poznawczych dziedziny, w obrębie której system jest rozważany. W swojej klasycznej, najbardziej radykalnej wersji determinizm wiąże pełną znajomość reguł oraz przeszłych stanów z pełną przewidywalnością przyszłych stanów systemu. Typowym przykładem tej silnej zasady przyczynowości jest klasyczna mechanika newtonowska opisująca ruch posiadającego masę obiektu materialnego w polu grawitacyjnym. Znajomość położenia i prędkości obiektu w jednej chwili czasu pozwala obliczyć te zmienne stanu w każdej następnej lub poprzedniej chwili przy założeniu, że system jest izolowany i nie podlega wpływom sił zewnętrznych. Z punktu widzenia badacza tego systemu symulacja położenia masy zastępuje w zupełności obserwacje rzeczywistej masy, a ponadto pozwala na wielokrotne powtarzanie identycznego eksperymentu.

Z kolei determinizm we współczesnych naukach przyrodniczych interpretowany jest często w kategoriach probabilistycznych i statystycznych, zaś możliwość prognozowania stanów systemu ogranicza się do ustalenia pewnych prawdopodobieństw wystąpienia określonych stanów. Takie podejście, czyli słaba zasada przyczynowości, jest powszechne w biologii i medycynie, gdzie rozważa się często sekwencje zjawisk wywoływanych kolejno przez

siebie, zgodnie z pewnymi ogólnymi regułami. Na przykład opisując proces zapalny wyróżnia się szereg mediatorów biochemicznych uwalnianych w odpowiedzi na bodziec przez jedne komórki układu immunologicznego i zdolnych do zmiany stanu innych komórek posiadających odpowiednie receptory. Elementarny akt recepcji bodźca biochemicznego przez wyspecjalizowaną komórkę związany jest z oddziaływaniem dużej liczby organicznych makrocząsteczek w bardzo subtelnie dobranych warunkach fizykochemicznych. Zjawisko to ma charakter przypadkowy, zaś jego obserwacja jest silnie związana z ograniczeniami zasady nieoznaczoności nakładanymi przez kwantową naturę reakcji chemicznych. Mimo to rozwój stanu zapalnego jest dla medycyny procesem deterministycznym, choć nie oczekuje się pełnej jego przewidywalności. Dopiero dzięki takiemu podejściu możliwe staje się konstruowanie algorytmów postępowania diagnostycznego lub terapeutycznego.

W odniesieniu do szeroko rozumianych systemów komputerowych można posługiwać się obiema powyższymi interpretacjami pojęcia determinizmu. Wynika to z natury owych systemów łączących idee, czyli algorytmy i dane, z obiektami świata materialnego, a więc wszelkimi urządzeniami techniki komputerowej oraz użytkownikami komputerów. Działanie algorytmów, jakie potrafimy zapisywać i analizować, jest deterministyczne w klasycznym sensie. Wyniki obliczeń komputerowych są w pełni przewidywalne i powtarzalne dla tych samych danych wejściowych. Z kolei zachowanie urządzeń elektronicznych realizujących algorytmy, jak również postępowanie użytkowników owych urządzeń w niektórych przypadkach daje się opisywać jedynie poprzez pewne funkcje prawdopodobieństwa. Działanie systemów sterowanych przez człowieka może podlegać deterministycznym regułom jedynie we fragmentach pomiędzy rozgałęzieniami algorytmów uzależnionymi od decyzji użytkownika. W systemach złożonych z wielu komputerów wprowadzenie pewnej przypadkowości do zachowania poszczególnych urządzeń jest nawet konieczne dla uniknięcia zakleszczenia systemu lub innych niepożądanych sytuacji.

Nieco bardziej złożone jest zagadnienie determinizmu komputerowych modeli systemów dynamicznych. Modele takie, aby mogły być wykorzystane do prowadzenia numerycznych symulacji komputerowych, muszą spełniać szereg wymagań stawianych przez ograniczenia techniczne samego aparatu symulacji. Jednym z takich wymagań jest pełny determinizm modelu narzucany przez specyfikę obliczeń komputerowych eliminujących przypadkowe związki między wartościami zmiennych modelu.

Rzecz jasna możliwe jest prowadzenie symulacji komputerowych metodami stochastycznymi, lecz u ich podłoża znajdują się zawsze w pełni deterministyczne algorytmy. Źródło czynników losowych, jeżeli jest brane pod uwagę podczas symulacji, leży w takich przypadkach poza samym modelem zjawiska a nawet poza obrębem deterministycznego systemu komputerowego, często zaś jest zastępowane źródłem czynników pseudolosowych pozostającym wewnątrz systemu. Za pomocą obliczeń komputerowych można bowiem uzyskać tylko ciągi wartości sprawiające wrażenie losowych, choć w pełni przewidywalne i powtarzalne. Korzystanie z rzeczywiście losowych wartości wymaga dołączenia do systemu modelującego dane zjawisko dodatkowego źródła danych pochodzących z pomiarów pewnej wielkości w stochastycznym procesie fizycznym, na przykład rozpadzie promieniotwórczym

radioaktywnego pierwiastka. Operowanie rozkładami prawdopodobieństwa w symulacjach stochastycznych jest możliwe dzięki wielokrotnemu powtarzaniu tych symulacji i późniejszej obróbce statystycznej zgromadzonych danych. Aby powtórne symulacje nie przebiegały w identyczny sposób wykorzystuje się losowane stany początkowe lub uzależnia wybrane kroki algorytmu symulacyjnego od wartości losowych. Dzięki temu kolejne eksperymenty dają różne rezultaty będące materiałem do późniejszych statystycznych analiz.

Jeżeli algorytm symulacji nie odwołuje się do zewnętrznych czynników losowych, wówczas skojarzony z nim komputerowy model systemu dynamicznego jest w pełni deterministyczny. W procesie symulacji następujące po sobie stany systemu jednoznacznie wynikają ze stanów poprzednich a zachowanie systemu jest identyczne przy powtórnej symulacji dla tych samych sygnałów wejściowych. W modelu obowiązuje więc silna zasada przyczynowości. Prezentowane w dalszej części niniejszej rozprawy modele zjawisk biologicznych są właśnie tego typu. Oczywiście jest, że pewnych własności modelu nie można przenosić wprost na przedmiotowy system realny, użyteczność modelu deterministycznego nie stanowi więc dowodu na ściśle deterministyczny charakter wybranych zjawisk biologii. Codzienne obserwacje każą uznać systemy biologiczne za trudno przewidywalne, choć oparte na pewnych rozmytych regułach zachowania. Z drugiej jednak strony doświadczenia wielu dziedzin nauk przyrodniczych pokazują, że systemy powszechnie zaliczane do stochastycznych, jak na przykład systemy meteorologiczne, dają się dobrze modelować za pomocą technik deterministycznych. Kluczową cechą owych systemów umożliwiającą takie podejście jest obecność w nich chaosu deterministycznego.

Spojrzenie na naturę systemów biologicznych z perspektywy teorii chaosu deterministycznego skłania do zmiany sposobu pojmowania stochastycznych właściwości tych systemów. Przypadkowość oddziaływań elementów systemu ustępuje miejsca pełnemu determinizmowi, co jednak nie prowadzi do zubożenia różnorodności i złożoności zachowań. Przeciwnie, taka zmiana zachowuje nieprzewidywalny charakter dynamiki, a jednocześnie pozwala w konstrukcji modelu systemu nie uwzględniać zewnętrznego generatora sygnałów losowych. Źródłem nieprzewidywalności staje się złożoność samego systemu, model deterministyczny bowiem musi obejmować znacznie większą liczbę elementów i oddziaływań między nimi. Jest to niezbędne, aby w zdeterminowany sposób wyznaczyć z odpowiednią dokładnością kolejne stany symulowanego systemu. Modele stochastyczne są pod tym względem prostsze, gdyż odwołując się wprost do przypadkowości oddziaływań redukują złożoność swojej konstrukcji.

W istocie rzeczy jednak to nie w samej złożoności budowy tkwi przyczyna nieprzewidywalnego zachowania systemu. Badania nad chaosem deterministycznym wykazują, że nie tylko skomplikowane systemy poruszają się w skomplikowany, nieregularny sposób. Wbrew intuicji nawet systemy bardzo proste z punktu widzenia ich budowy zdolne są do prezentowania niezwykle złożonych zachowań. Prawdziwym źródłem owej złożoności jest więc pewna szczególna właściwość trajektorii, jaką toczy się ewolucja systemu, właściwość będąca obiektem badań matematycznej teorii chaosu. Ponieważ jednak syste-

my biologiczne oprócz posiadania elementarnych cech chaosu są równocześnie niezaprzeczalnie złożone konstrukcyjnie, dlatego w ich przypadku komplikacja zachowania jest zwielokrotniona. Złożoność dynamiki współwystępuje ze złożonością budowy.

Komputerowa technika symulacji jest narzędziem doskonale przystosowanym do pracy z deterministycznymi modelami zjawisk chaotycznych. Przebieg symulacji jest dokładnie określony poprzez zadany stan początkowy systemu i sygnały wejściowe, zbędne jest więc źródło sygnałów losowych. Nie jest też potrzebne wielokrotne powtarzanie symulacji dla tego samego zestawu danych celem uzyskania rozkładu prawdopodobieństwa poszczególnych stanów systemu. Przy współczesnych możliwościach informatyki złożoność modeli, a co za tym idzie złożoność obliczeniowa symulacji, stanowi coraz mniejszy problem, oczywiście w granicach wyznaczonych przez prawa fizyki limitujące częstotliwości przełączania elektronicznych układów cyfrowych lub gęstości upakowania przestrzennego danych w pamięciach komputerów. Mimo to wraz ze wzrostem złożoności modeli status badacza systemów chaotycznych przybliży się do sytuacji naukowca analizującego klasyczne systemy deterministyczne, bowiem wyniki symulacji coraz bardziej upodabniają się do obserwacji rzeczywistych zjawisk.

## **1.2 Chaos a przewidywalność symulacji**

Systemy deterministyczne są przewidywalne przy założeniu znajomości stanu początkowego i sygnałów wejściowych, jednak przewidywalność ta może mieć różny charakter. Pewne systemy wykazują dostatecznie regularne, okresowe zachowanie, aby można było wyznaczyć ich stan w dowolnej chwili bez potrzeby wyznaczania innych stanów, a jedynie poprzez rozwiązanie odpowiedniego równania ruchu systemu. Na przykład ruch obiektu materialnego w centralnym polu grawitacyjnym można opisać prostym równaniem, które daje się rozwiązać analitycznie. Uzyskana w wyniku funkcja pozwala wyznaczać położenie obiektu w dowolnej zadanej chwili czasu.

Istnieją jednak systemy, których zachowanie, choć zdeterminowane, jest nieregularne i nie daje się wyznaczyć metodami analitycznymi. System nie wykazuje okresowości i nie powtarza swoich zachowań z przeszłości. Przewidywanie przyszłości takich systemów możliwe jest jedynie poprzez konsekwentne odtworzenie ewolucji kolejnych stanów począwszy od pewnej chwili, dla której stan jest w pełni znany. Tego typu systemy nie muszą być bardzo złożone, przykładem może być układ trzech ciał poruszających się w ich własnych polach grawitacyjnych. Mimo prostoty układu nie jest możliwe podanie analitycznego opisu ruchu ciał pozwalającego z góry wyznaczać ich położenia w dowolnie wybranej chwili.

Nieregularne zachowanie takiego układu określa się mianem chaotycznego, zaś ogół podobnych zjawisk stanowi obszar badań teorii chaosu deterministycznego. Dwa człony nazwy teorii dotyczą zatem odrębnych aspektów zachowania systemów: regularności i przewidywalności. System chaotyczny, choć zachowuje się nieregularnie, nie jest systemem stochastycznym, nie podlega losowym wpływom zewnętrznym, nie musi posiadać też cechy

nieoznaczoności związanej z kwantowomechaniczną naturą zjawiska. System chaotyczny jest przewidywalny w jednoznaczny sposób na podstawie praw rządzących jego dynamiką.

Systemy chaotyczne wykazują specyficzną wrażliwość na dobór warunków początkowych, od których zależy dalsza ewolucja ich stanów. Niewielka zmiana wartości zmiennych stanu na początku historii ruchu systemu może powodować znaczne odchylenia w późniejszych chwilach, przy czym wielkość tych odchyleni osiąga podobną skalę, co same wartości zmiennych stanu. Nie przypomina to zachowania regularnych, niechaotycznych systemów, które wprawdzie mogą zachowywać się inaczej przy wyborze różnych warunków początkowych, ale mała zmiana tych warunków prowadzi do również małych rozbieżności trajektorii ruchu. Wrażliwość systemu chaotycznego obejmuje nawet samo występowanie w nim chaosu. Dla pewnych konfiguracji warunków początkowych system taki może w ogóle nie wykazywać chaosu i prezentować regularne, okresowe zachowanie.

Ta wrażliwość na warunki początkowe systemów chaotycznych ma duże znaczenie dla prowadzenia symulacji komputerowych wykorzystujących modele pewnych zjawisk przyrodniczych [Morrison1996]. Wykonywanie eksperymentów komputerowych jest w przypadku chaosu deterministycznego bardzo użytecznym i niejednokrotnie niezastąpionym narzędziem badawczym. W zależności od tego, w jaki sposób wyniki eksperymentów są interpretowane, symulacje można podzielić na dwie kategorie służące odpowiednio celom poznawczym i prognostycznym. Podział ten jest istotny o tyle, że pozwala lepiej określić oczekiwania stawiane przed komputerowymi modelami zjawisk chaotycznych.

Symulacje prowadzone dla celów poznawczych dostarczają ogólnych wniosków na temat przebiegu zjawisk. Symulacja pracy układu bódźco-twórczego ludzkiego serca może pozwolić na przykład zbadać chaotyczny charakter zaburzeń rytmu spotykanych w patologii układu krążenia. W tego rodzaju badaniach powtarza się eksperymenty dla różnych warunków początkowych, poddaje system różnym wpływom i poszukuje pewnych charakterystycznych cech zachowań. Wrażliwość na warunki początkowe sprzyja różnorodności tych zachowań i dostarcza interesującego przedmiotu badań, chaos jest więc w pewnym sensie sprzymierzeńcem badacza.

Z kolei symulacje systemów z chaosem deterministycznym wykonywane w celach prognostycznych obarczone mogą być stosunkowo dużym błędem, przy czym błąd ten narasta wykładniczo wraz z wydłużaniem się horyzontu prognozy. Przyczyną rosnących z czasem rozbieżności między obserwacjami rzeczywistego systemu a przewidywaniami symulacyjnymi jest niedokładność odwzorowania stanu początkowego w modelu. Właśnie tutaj ujawnia się w pełni silna wrażliwość systemów chaotycznych na warunki początkowe. Sprawia ona, że bez względu na poprawność modelu jego wykorzystanie do przewidywania faktycznie zachodzących procesów zawsze będzie ograniczone. Powody ograniczeń to złożoność obliczeniowa modelu, fundamentalna nie-określoność pomiarów wielkości fizycznych i skończona dokładność obliczeń. O ile pierwszą barierę daje się niekiedy pokonać wykorzystując odpowiednie środki techniczne, o tyle pozostałe dwie pozostają wpisane w naturę wszechświata.

Chaos jest zatem w tej drugiej kategorii eksperymentów symulacyjnych przeciwnikiem badacza, a ściślej jego oczekiwań względem praktycznego wykorzystania modeli do przewidywania przyszłych stanów systemów. Rozprzestrzeniające się w modelu błędy w krótkim czasie urastają do takiej samej wielkości, co analizowane sygnały, co zmusza eksperymentatora do stwierdzenia, że bada w istocie nie kopię systemu rzeczywistego, lecz zupełnie inny system, choć z początku oba zachowują się podobnie. Przytaczając ponownie przykład zaburzeń rytmu serca należy oczekiwać, że na podstawie symulacji przewodzenia bodźców w uszkodzonym mięśniu sercowym nie można przewidzieć, czy u badanego chorego dojdzie do migotania komór. Prognoza taka dotyczyłaby bowiem zupełnie innej osoby, która być może nigdy nawet nie istniała.

Wrażliwość na warunki początkowe implikująca rosnącą w miarę upływu czasu niedokładność symulacji nie przekreśla jednak możliwości zastosowania komputera do badania dynamiki systemów chaotycznych. W przypadku wielu z nich można bowiem wykazać, że dla danych wyników niedokładnego eksperymentu komputerowego istnieje pewien punkt w przestrzeni stanów, inny niż wybrany w symulacji, z którego rozpoczyna się trajektoria pozostająca cały czas w pobliżu wartości wyznaczonych podczas obliczeń. Wyniki doświadczeń komputerowych przybliżają więc z pewnym błędem prawdziwe zachowanie modelowanego systemu, choć dla warunków początkowych innych niż zamierzone przez eksperymentatora. Właściwość ta stawia w pomyślnym położeniu badaczy konstruujących modele systemów chaotycznych w celu poznania ich dynamiki. Z drugiej strony nie da się jej wykorzystać do przeprowadzania symulacji prognostycznych. Wprawdzie może istnieć prawdziwa trajektoria leżąca blisko obliczonej, lecz zaczyna się ona z punktu różnego zarówno od przyjętego w obliczeniach, jak i zajmowanego początkowo przez rzeczywisty system.

Przebieg zjawisk chaotycznych uzależniony jest od nieuchwytnych i nieodtwarzalnych w eksperymentach konfiguracji zmiennych stanu opisujących te zjawiska. Mimo to udaje się niekiedy przewidzieć przyszłe zdarzenia. W przeciwnym wypadku niemożliwe byłoby na przykład podejmowanie jakichkolwiek działań terapeutycznych w medycynie. Obiektem zainteresowania nauk medycznych jest organizm człowieka, system wykazujący bardzo nieprzewidywalne zachowanie. Trudność rokowania zaostrzenia lub remisji choroby jest dla lekarza naturalnym elementem jego pracy. Niemożność określenia z góry, jaki los spotka pacjenta za kilka dni, miesięcy czy lat, jest właśnie manifestacją chaosu deterministycznego. Próba wyznaczenia odległego przyszłego stanu chorego jest skazana na niepowodzenie nawet przy uwzględnieniu w odpowiednim modelu takiej złożoności systemu, która odpowiadałaby liczebności wszystkich komórek organizmu. Drgnięcie jednego włókna mięśnia byłoby w tym wypadku odpowiednikiem metaforycznego uderzenia skrzydeł motyla, które w przyszłości przeradza się w tornado.

Medycyna znalazła jednak szereg metod pozwalających na przewidywanie przyszłych losów pacjentów, metod sprowadzających się zasadniczo do procedury, która występuje w różnych odmianach także w innych dziedzinach praktycznego przewidywania. Polega ona na cyklicznym porównywaniu prognoz z faktycznym stanem systemu i dokonywaniu odpowiednich poprawek

wartości zmiennych poddawanego symulacjom modelu. W języku medycyny określa się takie postępowanie jako monitorowanie stanu pacjenta. Jest to w rzeczywistości o wiele bardziej skomplikowany proces, bowiem w miejsce matematycznego modelu systemu dynamicznego występuje tu wiedza, doświadczenie i intuicja lekarza. Zasadą tego postępowania jest jednak unikanie błędów poprzez zastąpienie długoterminowych przewidywań krótkimi odcinkami weryfikowanej co pewien czas prognozy. Okres tej weryfikacji jest różny w zależności od dynamiki wykazywanej przez system, jakim jest organizm pacjenta. Chory w stanie niestabilnym wymaga niekiedy monitorowania z okresem rzędu minut. W sytuacjach krytycznych, takich jak podczas zabiegów operacyjnych, rezygnuje się w ogóle z prognoz zastępując je nieprzerwaną obserwacją stanu pacjenta.

Modele pewnych zjawisk biologicznych prezentowane w dalszej części rozprawy oraz symulacje komputerowe przeprowadzane przy ich wykorzystaniu służą jedynie celom poznawczym, nie zaś prognostycznym. Jest to z jednej strony konsekwencja chaotycznej natury owych modeli. Z drugiej strony niedoskonałość samych modeli sprawia, że ich zachowanie może być różne od przedmiotowych systemów biologicznych. Celem konstruowania zaproponowanych modeli nie jest ich bezpośrednie praktyczne zastosowanie do przewidywania dynamiki zjawisk zachodzących w rzeczywistości, lecz próba uchwycenia pewnych charakterystycznych cech tych zjawisk wynikających z obecności chaosu deterministycznego.

Dalsze rozwijanie przedstawionej koncepcji może wzbogacić modele i zbliżyć je do rzeczywistych systemów biologicznych, co pozwoli także na wykonywanie symulacji prognostycznych. Mimo to nie należy oczekiwać, że symulacje takie będą mogły obejmować dłuższe okresy czasu bez dokonywanych w trakcie ich przebiegu korekt rozbieżności stanu systemu rzeczywistego i modelowego. Można przypuszczać, że model zjawiska będzie wymagał podczas symulacji pewnego rodzaju synchronizacji z równoległe zachodzącym zjawiskiem realnym tak, jak prognoza meteorologiczna wymaga stałego dostosowywania do bieżących danych ze stacji pomiarowych.

Wybór systemów z chaosem deterministycznym jako modeli zjawisk biomedycznych podyktowany jest powszechnym występowaniem chaosu w przyrodzie. Badania wielu dziedzin nauk wskazują, że cechy chaosu dają się odszukać w licznych systemach fizycznych, chemicznych, biologicznych, społecznych czy ekologicznych. Nawet w mechanice klasycznej, operującej niewielką ilością stosunkowo prostych deterministycznych reguł, ruch regularny stanowi tylko szczególny przypadek szerszego repertuaru zachowań, zaś chaotyczny lub niechaotyczny charakter ruchu zależy od warunków początkowych a nie od natury samego systemu. Regularne, analitycznie przewidywalne zachowanie jest zatem stosunkowo rzadkie wśród systemów spotykanych w przyrodzie, zwłaszcza przyrodzie ożywionej, z których bardzo nieliczne po dużych uproszczeniach dają się sprowadzić do liniowych modeli pozbawionych cech chaosu. Dla nauk medycznych taka prosta regularność jest wyjątkiem wśród typowych problemów rokowniczych, gdzie w przypadku dwóch chorych znajdujących się w bardzo zbliżonych stanach rozwój patologii może przebiegać diametralnie różnymi drogami. Tego typu zjawiska, utrudniające proste z pozoru podejmowanie decyzji terapeutycznych, są

właśnie przejawem obecności chaosu deterministycznego w systemie, jakim jest żywy organizm. Podejmowane próby tworzenia modeli choćby wąskich aspektów funkcjonowania organizmu powinny zatem uwzględniać ów chaotyczny charakter zjawisk biologicznych.

### 1.3 Źródła zachowań chaotycznych

System dynamiczny może prezentować cechy chaosu jeżeli spełnia pewne konieczne warunki wynikające bezpośrednio z mechanizmu powstawania złożoności chaotycznych zachowań. Warunki owe dotyczą dynamiki systemu determinującej sekwencję kolejnych stanów przyjmowanych w czasie jego ewolucji, z których każdy następny jest wynikiem poddania stanu poprzedniego określonego przekształceniu. Szczegółowa postać tego przekształcenia decyduje o zachowaniu się systemu, dlatego też właśnie tutaj należy poszukiwać źródeł chaosu deterministycznego.

Z matematycznego punktu widzenia wspomniane przekształcenie jest funkcją wektorową, która przeprowadza punkty przestrzeni zmiennych stanu systemu na inne punkty tej przestrzeni. W zależności od tego, czy dany system ma charakter dyskretny czy ciągły, inny jest sposób określania dynamiki systemu za pomocą takiej funkcji. W przypadku systemów dyskretnych jest ona elementem równania iteracyjnego postaci:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n) \quad (1.1)$$

gdzie  $\mathbf{x}_n$  jest punktem przestrzeni stanów  $X$ ,  $n \in \mathbb{N}$  jest indeksem dyskretnych chwil czasu. Z kolei dynamikę systemów ciągłych można opisać równaniem różniczkowym:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, t) \quad (1.2)$$

gdzie  $t$  oznacza czas. W obu przypadkach dla pełnego opisu zachowania systemu konieczne jest podanie stanu początkowego  $\mathbf{x}_0$ .

Funkcje  $\mathbf{f}$  oraz  $\mathbf{g}$  odmiennie determinują cechy dynamiczne systemu, równanie iteracyjne bowiem w sposób jawny określa zależność między poprzednim a następnym stanem systemu, równanie różniczkowe natomiast w bardziej wyrafinowany sposób wiąże stan systemu z jego zmianami. W przypadku systemów ciągłych można jednak równanie różniczkowe zastąpić równaniem iteracyjnym korzystając z pewnego przekroju Poincarégo i definiując przekształcenie  $\mathbf{p}$ , które przeprowadza punkty trajektorii systemu leżące na tym przekroju w ich obrazy będące punktami następnego powrotu trajektorii do tego przekroju. Dzięki tak określoneemu przekształceniu Poincarégo dynamikę systemu ciągłego można, po zawężeniu obserwacji do wybranego przekroju, opisać podobnym do (1.1) równaniem:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{p}(\mathbf{x}_n) \quad (1.3)$$

gdzie  $n$  numeruje chronologicznie punkty, w których trajektoria systemu przebija wybrany przekrój. Dla niektórych systemów o dynamice ciągłej można przekształcenie Poincarégo wyznaczyć w prosty sposób na podstawie równania różniczkowego wybierając odpowiednio przekrój i wyznaczając współrzędne kolejnych powrotów trajektorii do tego przekroju. Przejście od postaci różniczkowej do postaci iteracyjnej równania systemu może być jednak bardzo trudne w wielu przypadkach, gdy przekształcenie  $\mathbf{p}$  nie jest jawnie określone ani nie daje się łatwo wyznaczyć analitycznie.

Czynnikiem generującym zachowania chaotyczne systemów opisanych równaniem iteracyjnym jest własność mieszania iterowanego przekształcenia. Własność mieszania oznacza, że przekształcenie powtarzane wielokrotnie stopniowo coraz bardziej równomiernie rozprawdza punkty dowolnego zbioru przestrzeni stanów po całej dostępnej przestrzeni. Bardziej formalnie własność tę sformułował Gibbs w odniesieniu do ciągłych systemów mechanicznych [Dorfman2001], można jednak analogiczną definicję podać dla systemów iteracyjnych.

Dany jest system opisany równaniem (1.1), przy czym w przestrzeni  $X$  znajduje się zbiór możliwych stanów systemu  $\Omega$ , zaś  $\mu$  jest miarą określoną na  $X$ . Niech  $P \subset \Omega$  oznacza zbiór punktów początkowych,  $\mathbf{T}^n(P)$  będzie obrazem zbioru  $P$  po  $n$ -tej iteracji przekształcenia  $\mathbf{T}$  zachowującego miarę. Przekształcenie  $\mathbf{T}$  posiada własność mieszania, jeżeli dla każdego zbioru  $Q \subset \Omega$  o niezerowej mierze zachodzi równość:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\mu(Q \cap \mathbf{T}^n(P))}{\mu(Q)} = \frac{\mu(P)}{\mu(\Omega)} \quad (1.4)$$

przy założeniu, że miara  $\mu(\Omega)$  jest skończona i różna od zera.

Własność mieszania jest powiązana z pojęciem ergodyczności rozważanym w mechanice statystycznej. Pierwotne sformułowanie tego pojęcia podane przez Boltzmann'a stwierdzało, że system ergodyczny porusza się po swoich trajektoriach o ustalonej energii w ten sposób, iż w obszarach o jednakowej mierze przebywa jednakowo długo. Własność ergodyczności daje się równoważnie określić jako nierozkładalność metryczna przestrzeni stanów systemu na dwa lub więcej podzbiorów niezmienniczych niezerowej miary, w których rozpoczynające się trajektorie pozostają nieskończenie długo. To drugie sformułowanie pozwala odnieść własność ergodyczności do systemów iteracyjnych.

Jeżeli system posiada własność mieszania, to jest także ergodyczny, mieszanie jest bowiem szczególnym rodzajem zachowania ergodycznego. W przestrzeni stanów nierozkładalnej metrycznie trajektoria systemu przebiega niemal wszystkie punkty z wyjątkiem zbiorów miary zero. Jednakże sama ergodyczność nie implikuje zachowania chaotycznego, bowiem blisko rozpoczynające się trajektorie mogą przez cały czas pozostawać bliskie. Natomiast jeżeli w systemie obecna jest własność mieszania, to każdy niezerowej miary

zbiór dowolnie bliskich punktów początkowych zostanie z biegiem czasu rozprzestrzeniony wśród wszystkich innych możliwych stanów systemu. Z początku bliskie trajektorie będą zatem rozbiegać się w przestrzeni stanów, co oznacza silną wrażliwość na warunki początkowe. Systemy mieszające wykazują więc zachowanie chaotyczne.

Przekształcenie iterowane w systemie dyskretnym musi być nieliniowe aby posiadało własność mieszania. Przekształcenia liniowe nie powodują wymieszania punktów przestrzeni stanów, a jedynie ich proporcjonalne przeskalowanie lub przesunięcie. Klasycznym przykładem nieliniowego przekształcenia posiadającego własność mieszania jest rozciąganie-i-składanie porównywane tradycyjnie do procedury wyrabiania ciasta. Jest to w istocie cała klasa przekształceń, do której należy szereg różnych funkcji, między innymi odwzorowanie logistyczne czy odwzorowanie Hénona [Ott1997]. Doświadczalną ilustracją efektów powtarzanego rozciągania-i-składania są przedstawione na rys. 1.1. wzory powstające w zawieszynie nie mieszających się substancji, takich jak sproszkowany metal rozprowadzony w oleju.



Rys. 1.1. Obserwacja chaotycznego wymieszania trajektorii w zawieszynie poddawanej cyklicznemu mieszanii. (Fotografia autora)

Iterowane w dyskretnych krokach przekształcenie może posiadać własność mieszania w przestrzeni o dowolnej liczbie wymiarów. Przytoczone powyżej przykłady przekształceń dotyczą przestrzeni o jednym (odwzorowanie logistyczne) lub dwóch wymiarach (odwzorowanie Hénona). W przypadku systemów o dynamice ciągłej istnieje dolne ograniczenie liczby wymiarów przestrzeni fazowej, w której może wystąpić zachowanie chaotyczne. Ograniczenie to wynika z determinizmu uniemożliwiającego krzyżowanie się trajektorii systemu. Konieczne jest istnienie co najmniej trzech wymiarów aby stworzyć przestrzeń pozwalającą wymieszać ciągle trajektorie bez ich wzajemnego przecinania się.

W dalszej części rozprawy prezentowane będą systemy, w których źródłem zachowań chaotycznych są iterowane jednowymiarowe przekształcenia. Mają one tę zaletę, że ich realizacja w komputerowych modelach symulacyjnych jest prosta algorytmicznie i obliczeniowo. Błędy niedokładności operacji arytmetycznych wykonywanych podczas symulacji nie są efektem niepożądanym, a ich unikanie czy redukcja nie jest konieczne. Wykorzystywane w konstruowanych modelach źródła zachowań chaotycznych pełnią funkcję podobną do generatorów liczb losowych wprowadzając bogactwo złożoności do dynamiki systemu. Samo zachowanie chaotyczne nie jest natomiast przedmiotem symulacji, wobec czego nie jest wymagana precyzja jego odtworzenia w modelu komputerowym.

## **1.4 Chaos w komputerowych systemach iteracyjnych**

Współczesne komputery są doskonałym narzędziem badawczym przydatnym do modelowania dynamiki złożonych systemów, zwłaszcza takich, które wykazują zachowania chaotyczne. Specyfika technologii cyfrowej zastosowanej do budowy komputerów nakłada na możliwości tego narzędzia pewne istotne ograniczenia, które jednak nie stwarzają przeszkody w wykorzystaniu komputerów do badań chaosu. Pomimo tego z punktu widzenia teorii matematycznej systemy dynamiczne modelowane za pomocą komputera stanowią jedynie przybliżenie pewnych cech granicznych, jak mieszanie czy ergodyczność trajektorii, które ujawniają się dopiero w nieskończonych interwałach czasu ewolucji systemów. Przybliżenie to jest tym lepsze, im większa jest dokładność obliczeń prowadzonych przy użyciu komputera.

Czas płynący w systemach komputerowych jest z natury dyskretny. Jest to konsekwencja dyskretności algorytmów symulacyjnych, jakie mogą być wykonywane przez maszyny cyfrowe. Modelowane systemy opisywane są poprzez iterację pewnego przekształcenia, bądź zadanego w sposób jawny w przypadku systemów a priori dyskretnych, bądź określonego równaniami różnicowymi zastępującymi równania różniczkowe określające dynamikę systemów ciągłych. Iteracyjna postać systemu sama w sobie nie stanowi bariery dla chaosu deterministycznego, którego obecność jest udowodniona dla wielu systemów dyskretnych.

Drugą cechą charakterystyczną dla komputerowych systemów dynamicznych jest skwantowana postać zmiennych stanu wynikająca z cyfrowego charakteru sygnałów przetwarzanych przez komputer, które to sygnały mogą przyjmować jedynie skończony zbiór wartości. Przestrzeń fazowa systemu komputerowego jest zatem zbiorem skończonym, choć jej teoretyczny odpowiednik jest zbiorem nieprzeliczalnym. Przestrzeń ta nie jest także zbiorem gęstym. Miara dowolnego podzbioru tej przestrzeni, jak i jej samej, ma wartość zerową. Powyższe właściwości nadają systemom komputerowym szczególne cechy, które odróżniają je od klasycznych systemów dynamicznych poruszających się w continuum liczb rzeczywistych.

Dla podkreślenia tych różnic deterministyczne iteracyjne systemy dynamiczne, których przestrzeń fazowa jest zbiorem skończonym, będą nazywane F-systemami. Pojęcie F-systemu zostało wprowadzone przez autora rozprawy

na użytek dalszych rozważań związanych z dynamiką komputerowych systemów chaotycznych.

Cechy przestrzeni fazowej F-systemów uniemożliwiają bezpośrednie przeniesienie pojęć dynamiki systemów chaotycznych. Ponieważ przestrzeń fazowa ma miarę zerową, nie można rozważać jej rozkładalności lub nierozkładalności metrycznej na podzbiory niezerowej miary. Nie można zatem również sformułować warunku ergodyczności systemu ani określić własności mieszania.

W F-systemie może istnieć jedynie skończona liczba nie przecinających się różnych trajektorii, nie większa od liczby punktów przestrzeni fazowej. W skończonej liczbie iteracji system wykorzysta wszystkie dostępne punkty, po czym zacznie przechodzić powtórnie przez te same stany w identycznej kolejności. Wszystkie trajektorie są wobec tego cykliczne i mają skończoną długość, co jest istotną różnicą w stosunku do klasycznego zachowania chaotycznego, gdzie punkty okresowe są gęsto rozmieszczone, lecz sąsiadują dowolnie blisko z trajektoriami nieokresowymi.

Klasyczne określenie ergodyczności zaczerpnięte z mechaniki statystycznej nie daje się wprost zastosować do F-systemów. Punkty poszczególnych orbit okresowych w takich systemach stanowią rozłączne podzbiory niezmiennicze względem iterowanego przekształcenia o tej samej mierze, co cała przestrzeń fazowa. Gdyby zatem miały istnieć trajektorie ergodyczne w takiej przestrzeni, nie różniłyby się one od trajektorii regularnych, bowiem jedno i drugie przechodzą przez wszystkie punkty przestrzeni fazowej z pominięciem pewnej ich skończonej liczby. Podobnie własność mieszania zdefiniowana dla ciągłych systemów dynamicznych nie może być bezpośrednio zastosowana w przypadku F-systemów. Mianowniki ułamków we wzorze (1.4) przyjmują bowiem za każdym razem wartości zerowe.

Można podjąć próbę adaptacji pojęć ergodyczności i mieszania do specyfiki F-systemów pokonując przeszkodę, jaką stwarza zerowa miara skończonej przestrzeni fazowej. W tym celu miarę określoną w tej przestrzeni można zastąpić mocą zbioru punktów tej przestrzeni. Ta ostatnia wielkość przyjmować będzie skończone nieujemne wartości całkowite, dlatego też nie będzie można wykorzystać jakościowego rozróżnienia pomiędzy skończonym i nieskończonym podzbiorem przestrzeni fazowej. Wynika stąd, że odpowiednik ergodyczności dla F-systemów, nazywany dalej F-ergodycznością, będzie cechą ilościową.

Stopniem F-ergodyczności iteracyjnego systemu dynamicznego o skończonej przestrzeni fazowej będzie stosunek mocy największego podzbioru tej przestrzeni, niezmienniczego i nierozkładalnego na mniejsze rozłączne podzbiory niezmiennicze względem iterowanego przekształcenia, do mocy całej przestrzeni fazowej. Stopień F-ergodyczności może przyjmować wartości z przedziału  $(0, 1]$ .

System F-ergodyczny w stopniu 1 przebiega całą przestrzeń fazową, której nie da się rozłożyć na odrębne podzbiory zamykające trajektorie rozpoczynające się w ich obrębie. Po przeciwnej stronie skali znajdują się F-systemy, których wszystkie punkty przestrzeni fazowej są punktami stałymi. Duży stopień F-ergodyczności nie musi jednak oznaczać, że w dynamice systemu obserwuje się długie trajektorie okresowe, ponieważ iterowane przekształcenie

może nie być funkcją różnowartościową. Przykładem silnie F-ergodycznego systemu bez długich trajektorii okresowych jest system określony w przestrzeni kolejnych liczb naturalnych  $0, 1, 2, \dots, k$  za pomocą przekształcenia:

$$f(n) = \begin{cases} n+1 & \text{dla } n < k \\ n & \text{dla } n = k \end{cases} \quad (1.5)$$

Zamiast poruszać się po trajektorii okresowej system zatrzymuje się w punkcie stałym po co najwyżej  $k$  początkowych iteracjach. Największym nierozkładalnym podzbiorem niezmienniczym względem tego przekształcenia jest jednak cała dostępna przestrzeń fazowa.

Zastąpienie miary podzbiorów przestrzeni fazowej ich mocą nie rozwiązuje jednak trudności przeniesienia własności mieszania na F-systemy. Analogiczne do równania (1.4) wyrażenie z użyciem mocy zbiorów miałoby postać:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|Q \cap \mathbf{T}^n(P)|}{|Q|} = \frac{|P|}{|\Omega|} \quad (1.6)$$

przy zachowaniu tych samych oznaczeń. W definicji mieszania dla systemów ciągłych konieczne jest założenie, że przekształcenie  $\mathbf{T}$  zachowuje miarę. Analogiczne założenie dla F-systemów będzie wymagać, aby przekształcenie  $\mathbf{T}$  zachowywało moc zbioru, a więc aby było różnowartościowe. W przeciwnym wypadku zamiast mieszania punktów przekształcenie będzie zastępować różne punkty pojedynczymi.

Mimo wprowadzonej modyfikacji wyrażenie (1.6) w dalszym ciągu nie daje się wykorzystać do określenia własności mieszania. Różnowartościowe przekształcenie iterowane w skończonym zbiorze  $\Omega$  musi być okresowe, przez co ciąg w symbolu granicy nie będzie zbieżny. Dowolny podzbiór  $P$  przestrzeni fazowej po pewnej liczbie iteracji przejdzie z powrotem w siebie samego i system powróci do stanu wyjściowego.

W miarę kolejnych iteracji przekształcenia punkty podzbioru  $P$  mogą zostać przemieszane z pozostałymi punktami przestrzeni fazowej, w pewnej chwili osiągając największy stopień rozproszenia. Dalsze iteracje będą jednak przywracały pierwotne położenie punktów tak, aż ponownie ułożą się one w podzbiór  $P$ . Przypomina to tasowanie talii kart poprzez powtarzanie ustalonego sposobu ich przekładania. Po pewnej liczbie przełożeń karty sąsiadujące początkowo ze sobą znajdują się w różnych miejscach talii, po dalszych przełożeniach talia odzyska układ wyjściowy i cykl zacznie się powtarzać.

Własność mieszania F-systemu, bez względu na dokładną jej definicję, będzie zatem ujawniała się okresowo podczas ewolucji systemu, nie zaś w granicy nieskończonej liczby iteracji. Sformułowanie własności mieszania dla F-systemu nie może więc zawierać wyrażenia podobnego do (1.6). Zaproponowanie precyzyjnej definicji takiej własności wymaga dalszych prac, a w szczególności rozważenia następujących problemów:

1. Interpretacja ilościowej natury mieszania. Podobnie, jak w przypadku F-ergodyczności, mieszanie w systemie o skończonej przestrzeni stanów jest cechą ilościową. Wszystkie F-systemy są mieszające w pewnym stopniu. Określenie różnic między systemem słabo i silnie mieszającym wymaga podjęcia próby sformalizowania subtelnego filozoficznie rozróżnienia między porządkiem i chaosem.

2. Ustalenie miary równomierności rozproszenia podzbioru przestrzeni stanów. Skończona liczba punktów poddawanych iteracyjnie danemu przekształceniu może nie dać się rozprościć równomiernie wśród skończonej liczby wszystkich punktów przestrzeni, na przykład gdy jako przekształcany podzbiór zostanie wybrana cała przestrzeń z wyjątkiem jednego punktu. Pewnym sposobem rozwiązania tego problemu może być zastosowanie miar statystycznych.

3. Określenie chwili największego rozproszenia podzbioru przestrzeni stanów. W przypadku iteracyjnych systemów mieszających w sensie klasycznym największe rozproszenie osiąga się po nieskończonej liczbie iteracji. W przypadku F-systemów, które z natury wykazują zachowanie okresowe, największe wymieszanie pojawia się wielokrotnie i cyklicznie ustępuje miejsca powracającemu porządkowi wyjściowemu.

Własność mieszania F-systemu powinna także pozostawać w takim samym związku z F-ergodycznością, jak ma to miejsce w przypadku klasycznych systemów mieszających. Prawdziwe powinno zatem być twierdzenie: jeżeli F-system jest mieszający w stopniu  $\lambda$ , to jest także F-ergodyczny w stopniu co najmniej równym  $\lambda$ . Z kolei z F-ergodyczności nie powinna wynikać własność mieszania. Dla przykładu można rozważyć system poruszający się w przestrzeni kolejnych liczb naturalnych  $0, 1, 2, \dots, k$  zadany przekształceniem:

$$f(n) = \begin{cases} n+1 & \text{dla } n < k \\ 0 & \text{dla } n = k \end{cases} \quad (1.7)$$

Tak określony system jest F-ergodyczny w stopniu 1, ale intuicyjnie łatwo można dostrzec, że nie powinien zostać uznany za mieszający.

Przeniesienie pojęć ergodyczności i mieszania na F-systemy wydaje się zabiegiem istotnym z punktu widzenia badań dynamiki systemów modelowanych za pomocą komputerów, a więc iteracyjnych deterministycznych systemów o skończonych przestrzeniach fazowych. Dotyczy to szczególnie modeli, które nie są wynikiem kwantyzacji lub dyskretyzacji pewnych systemów dynamicznych opisanych z góry znanymi funkcjami, w tym bowiem ostatnim przypadku własności mieszania lub ergodyczności, a co za tym idzie całe zachowanie chaotyczne, są dziedziczone z oryginalnego systemu do jego cyfrowego przybliżenia. Systemy komputerowe modelujące znane chaotyczne zjawiska nie wymagają dodatkowego badania pod kątem występowania chaosu, ponieważ są tylko przybliżeniami już wcześniej zbadanych systemów.

Odmienne przedstawia się sytuacja złożonych systemów komputerowych, które same w sobie stanowią źródło zachowań chaotycznych. Iterowane przekształcenie może nie być znane dla takiego F-systemu, a jedynym źródłem informacji o własnościach tego przekształcenia może być ciąg wartości zmiennych stanu systemu podlegającego ewolucji w pamięci komputera. Sformułowanie pewnych wniosków o ergodyczności czy mieszającej naturze iterowanego przekształcenia nie może opierać się w takim przypadku na podejściu analitycznym, lecz empirycznym. Badanie chaosu w F-systemach stawia badacza w niewygodnym położeniu, w którym musi on niekiedy przyjmować wnioski silnie zależne od technicznych możliwości prowadzenia eksperymentów. Zależność ta jest wyraźnie widoczna podczas badania długości okresu orbity, po której porusza się system.

O tym, jak duża może być liczba iteracji, w czasie których okresowe zachowanie nie zdąży się ujawnić, decyduje największa z długości orbit przebiegających w przestrzeni fazowej, to zaś zależy od przyjętej binarnej reprezentacji liczb w konkretnym algorytmie obliczeniowym. Algorytm zapisany w języku C++ operujący na zmiennych typu long double dysponuje zmiennopozycyjnym zapisem liczb długości 10 bajtów (w niektórych platformach systemowych jest to 8 bajtów). W tym zapisie 64 bity przeznaczone są dla mantysy, co przy założeniu, że cecha i znak liczby nie zmieniają się w kolejnych iteracjach, daje zbiór  $2^{64}$  możliwych do zapisania wartości. Najdłuższa orbita okresowa w jednowymiarowej przestrzeni stanów może zatem mieć długość rzędu około  $10^{19}$  iteracji, choć wielkość tego wykładnika może być różna w zależności od tego, jak zmienia się cecha liczby w zapisie zmiennopozycyjnym podczas iteracji.

Liczba  $10^{19}$  iteracji w dużym stopniu przekracza możliwości techniczne współczesnych komputerów, zarówno pod względem czasu trwania obliczeń jak i pojemności pamięci niezbędnej do zapisania wyników symulacji. Orbity o tak długim okresie są dla eksperymentatora nieodróżnialne od trajektorii nieokresowych. W rzeczywistości należy spodziewać się jednowymiarowych orbit okresowych krótszych niż  $10^{19}$  iteracji, bowiem spośród wszystkich  $2^{64}$  dopuszczalnych wartości wiele punktów może być zajętych przez orbity o krótszym okresie.

Wprowadzenie dwóch lub większej liczby wymiarów do przestrzeni fazowej modelowanego systemu zwiększa wykładniczo liczbę możliwych stanów, a co za tym idzie maksymalną długość orbit okresowych. Przy stosunkowo niedużej precyzji zapisu liczb (19 cyfr dziesiętnych w przypadku typu long double) wprowadzając wiele zmiennych stanu łatwo można przekroczyć najbardziej podstawowe ograniczenia czasu trwania obliczeń niezbędnych do powrotu trajektorii do punktu początkowego. Dla 10 zmiennych wyliczenie bez powtórzeń wszystkich możliwych stanów systemu musiałoby zająć ponad  $3 \cdot 10^{172}$  lat przy szybkości obliczeń  $10^{12}$  iteracji na sekundę.

Tak duże bogactwo zachowań F-systemów tworzonych przy pomocy komputerów stwarza istotny problem natury praktycznej: w jaki sposób rozpoznać i zmierzyć takie cechy, jak ergodyczność lub mieszanie, w systemie, którego zachowanie można poznać jedynie w bardzo ograniczonym zakresie, zaś iterowane przekształcenie pozostaje nieznane. System tego rodzaju można porównać do automatu w postaci czarnej skrzynki zapisującej na papierowej

wstędze pewne liczby. Zadaniem badacza w tej analogii jest ocena, jak bardzo chaotyczny jest ciąg liczb zapisywany przez automat, przy czym z góry wiadome jest, że ciąg ten powtarza się okresowo, choć powtórzenie może nie nastąpić w czasie całego życia badacza.

Z perspektywy badań bardzo złożonych F-systemów przydatne byłoby zatem opracowanie narzędzi pozwalających na ocenę chaotycznych własności takich systemów przy uwzględnieniu ograniczeń towarzyszących eksperymentom komputerowym. Czas trwania obliczeń może z jednej strony nie dopuścić do ujawnienia się pewnych cech, takich jak długość okresu trajektorii, z drugiej strony może nie pozwolić na powtórzenie obserwacji dla wielu trajektorii rozpoczynających się w różnych punktach. Ocena chaotycznych własności F-systemów wymaga też wzięcia pod uwagę ilościowej natury owych własności i wprowadzenia pewnej miary chaosu, zachowania F-systemów mogą bowiem zajmować różne miejsca na ciągłej skali pomiędzy porządkiem a chaosem. Wskazane tu zagadnienia stanowić mogą interesujący przedmiot przyszłych prac badawczych.



## **2. Złożone systemy przyrody i informatyki**

### **2.1 *Samopodobieństwo procesów ewolucji***

Postęp informatyki, dokonujący się obecnie w bardzo szybkim tempie, stał się wyznacznikiem rozwoju współczesnej cywilizacji człowieka. Podobnie jak wynalezienie druku, maszyny parowej, antybiotyków czy radia otwierało nowe szlaki ewolucji nowożytnej kultury i techniki, tak również powstanie komputerów nadało postępowi cywilizacyjnemu zupełnie nowy wymiar. Szybkość, z jaką rozwijają się technologie informatyczne, zdaje się dystansować wszelkie inne dziedziny działalności człowieka. Co więcej, sam proces rozwoju informatyki wykazuje cechy wzrostu wykładniczego, przynajmniej w odniesieniu do innowacji sprzętowych.

Można jednak postawić pytanie, czy rosnące tempo ewolucji w informatyce jest rzeczywiście zjawiskiem wyjątkowym i jest zasługą aktywnej działalności naukowej człowieka, czy też raczej stanowi wyraz ogólniejszej tendencji obserwowanej nie tylko w historii cywilizacji ludzkiej, ale także w całej przyrodzie. Wraz z takim pytaniem pojawia się szczególna perspektywa spojrzenia na rozwój technologii informatycznych w odniesieniu do ewolucji życia biologicznego na Ziemi. Mając świadomość kontrowersji, jakie może budzić tworzenie analogii między tymi dwoma procesami, warto rozwinąć punkt widzenia autora ze względu na możliwość sformułowania wniosków o istotnym znaczeniu dla dalszych zawartych tu rozważań.

Przebieg ewolucji biologicznej, zjawiska trwającego od miliardów lat, nie jest udokumentowany w takim stopniu, aby można obecny stan wiedzy bez wahania uznać za pełny i spójny. Im większy dystans dzieli w czasie badany okres ewolucji od teraźniejszości, tym trudniej o bezpośrednie źródła informacji o procesach zachodzących w tym okresie, takie jak wykopaliska paleontologiczne. W celu zbadania odległej przeszłości życia biologicznego konieczne jest posługiwanie się pośrednimi źródłami informacji, eksperymentami laboratoryjnymi, matematycznymi modelami ewolucji, badaniem genotypów czy obserwacjami współcześnie żyjących organizmów. Podobnie jak wiedza o wczesnych etapach powstawania Wszechświata jest rezultatem scalenia wielu teorii i danych obserwacyjnych pochodzących z odległych niekiedy dziedzin nauk przyrodniczych, tak też wiedza o ewolucji życia na Ziemi jest wspólnym dorobkiem paleontologii, taksonomii, genetyki, biologii

molekularnej, ekologii, antropologii i licznych innych dziedzin łącznie z odleglejszymi od biologii, jak na przykład geofizyką czy klimatologią.

Odtwarzanie procesów zachodzących w bardzo odległej przeszłości opierać się musi na obserwacjach teraźniejszych, a przez to punktem wyjścia do takiej rekonstrukcji są prawa naukowe obowiązujące w chwili obecnej. Założenie, że prawa te obowiązywały w niezmienionej postaci także w przeszłości umożliwia w deterministyczny sposób wyznaczenie stanów przeszłych, jakie miały miejsce w rozpatrywanym systemie. Ponieważ w systemach przyrodniczych, a zwłaszcza biologicznych, obok komponentu deterministycznego obecny jest również chaos, takie prognozy dokonywane wstecz obarczone są coraz większymi błędami w miarę, jak wydłuża się okres rekonstrukcji. Pewne informacje pozwalają weryfikować poprawność odtwarzania przeszłych stanów i wprowadzać poprawki do używanych modeli, niekiedy zaś sugerują wręcz przyjęcie praw odmiennych niż obowiązujące w teraźniejszości. Takie dane weryfikujące w przypadku badań nad ewolucją pochodzą głównie z zachowanych w wykopaliskach materiałów, choć niekiedy udaje się je zdobyć dzięki reliktom przetrwałym w formie całych gatunków, szczątkowych narządów, bądź jedynie fragmentów genomu [Knoll1999].

Mimo weryfikacji modeli w miarę cofania się do coraz wcześniejszych okresów istnienia życia rekonstrukcje stają się coraz mniej dokładne, a jednocześnie zmniejsza się ilość danych, które można wykorzystać do weryfikacji. Z tego powodu uzyskany obraz przeszłości może sugerować, że tempo zachodzenia procesów ewolucyjnych nie jest jednolite, lecz rośnie wraz z upływem czasu, ponieważ brak szczegółowej dokumentacji zjawisk zachodzących w dawnych epokach czyni chronologię wydarzeń w tych odległych okresach uboższą. W świetle takiego wyjaśnienia przyśpieszanie ewolucji z upływem czasu jest swoistym artefaktem wynikającym z metod rekonstruowania przeszłości.

Szybkość procesów ewolucyjnych jest jednak bardzo trudną do określenia oraz pomiaru wielkością. Odwoływanie się, przykładowo, do liczby nowych gatunków powstających w jednostce czasu pozwala z jednej strony tylko na zgrubne oszacowanie tak określonego współczynnika, z drugiej strony wymaga dysponowania odpowiednimi danymi o liczbie gatunków powstających w odległych epokach, które to dane obarczone są błędami rosnącymi w miarę cofania się w czasie. Obok natury ilościowej procesy ewolucyjne obejmują także zmiany jakościowe, jak pojawianie się lub zanik pewnych cech organizmów, których nie da się jednoznacznie ocenić pod kątem wagi ich znaczenia w rozwoju nowych form życia. Ewolucja w swoim jakościowym aspekcie nie poddaje się zatem ścisłym pomiarom szybkości, z jaką organizmy wkraczają na kolejne szczeble filogenezy. Już samo wyodrębnienie tych etapów nastrocza duże trudności, a problem ciągłego lub skokowego charakteru ewolucji jest wciąż przedmiotem żywych dyskusji naukowych.

Bez względu na to, czy tempo ewolucji pojmowane czysto intuicyjnie rośnie z czasem czy pozostaje niezmiennie, można spróbować odnaleźć w przebiegu ewolucji biologicznej pewne cechy określające dynamikę tego zjawiska bez odwoływania się do ustalonych skal czasowych. Taką cechą niezależną od skali, w jakiej rozpatruje się przedmiot obserwacji, jest samopodobieństwo pozwalające odnaleźć te same struktury lub wzorce zachowań na różnych

poziomach tejże obserwacji. Cechę samopodobieństwa można odnaleźć także w procesie ewolucji form życia biologicznego.

Śledząc rozgałęzioną ścieżkę filogenezy poszczególnych gatunków organizmów i odpowiadające jej drzewo taksonomiczne daje się zauważyć powracający wielokrotnie schemat powstawania nowych jednostek systematycznych i następującego później różnicowania się wyspecjalizowanych podjednostek. Wykształcanie nowych cech organizmów prowadzi do tworzenia się dużych grup pokrewieństwa, które ulegają stopniowemu podziałowi na bardziej specjalizowane podgrupy o odrębnych losach ewolucyjnych. Każda z gałęzi tego procesu różnicowania jest drogą bez powrotu i prowadzi z biegiem czasu do powstania skrajnie wyspecjalizowanych gatunków, które nie dają początku nowym grupom organizmów. Większość z tych gatunków w pewnym okresie ewolucji wymiera. Z kolei bardziej pierwotne formy stanowią punkt wyjścia do wykształcenia nowszych cech i zapoczątkowują powstanie kolejnej dużej grupy systematycznej. Oba procesy, nabywania nowych cech i specjalizacji, są niejako przeciwstawnymi aspektami tego samego zjawiska. W istocie, na poziomie wyżej wyspecjalizowanych grup organizmów także dochodzi do nabywania nowych cech pozwalających zarówno powstać grupom z otwartą przyszłością ewolucyjną, jak i rozwinąć się istniejącym organizmom w zamknięte formy.

Podobne zjawiska zachodzą zatem na wszystkich poziomach filogenezy. Samopodobieństwo ewolucji nasuwa skojarzenie z samopodobieństwem struktury gałęzi krzewu, które ulegają podziałom i oddzielają się, aby niezależnie od siebie ponownie dzielić się lub kończyć liśćmi. Porównanie do krzewu jest tu nieprzypadkowe, gdyż w odróżnieniu od drzewa taka struktura nie posiada centralnego, głównego pnia. Podobnie szlaki ewolucji nie skupiają się wokół jednego lub kilku zasadniczych pni, lecz przeciwnie, jak wskazują badania systematyków, jedynie brak zachowanych śladów odgałęzień stwarza pozory jednolitych długich linii rozwojowych, które w rzeczywistości są łańcuchem licznych gałęzi potomnych. W przypadku ewolucji biologicznej rozgałęzienia mogą prowadzić naraz do więcej niż dwu gałęzi potomnych, choć trudno jest to udokumentować na podstawie porównywania pokrewnych form organizmów. W wielu wypadkach nie są znane losy linii rozwojowych w okresie ich podziału, a jedynie przed i po tym okresie, niekiedy też koncepcje pokrewieństwa rzadkich lub wymarłych form życia oparte są wyłącznie na przypuszczeniach nie popartych jednoznacznymi dowodami. Diagram ewolucji gatunków nie wykazuje też ścisłej regularności ani pod względem symetrii podziałów, ani ich chronologii. Jakkolwiek taksonomia organizmów odzwierciedla w dużym stopniu kolejność ich powstawania, nie może w żadnym stopniu być utożsamiana z historią przebiegu ewolucji.

Samopodobna struktura gałęzi krzewu jest wynikiem powtarzania tego samego schematu wzrostowego przez dzielące się komórki tkanek rośliny. Schemat ten, w radykalnie uproszczonej formie dający się zawrzeć w krótkim rekurencyjnym opisie:

*rośnij — podziel — powtarzaj,*

powoduje powstawanie odgałęzień, z których każde rośnie przez pewien czas aby w końcu ulec podziałowi na odgałęzienia potomne. Tak powstającą strukturę można bez trudu odnaleźć obserwując powszechnie występujące formy roślinne, których przykład ilustruje rys. 2.1. W naturalnym procesie wzrostu schemat podziałów nie jest oczywiście powtarzany w sposób doskonale regularny, co owocuje niesymetrycznym, skomplikowanym kształtem rośliny.



Rys. 2.1. Struktura podziałów gałęzi krzewu sosny górskiej *Pinus mugo*. Oryginalne kolory zostały przetworzone do odcieni czerni dla podkreślenia rysunku. (Fotografia autora)

Podobnie przebiega ewolucja biologiczna, której prosty schemat mógłby mieć postać:

*adaptuj — modyfikuj — powtarzaj.*

Uchwycenie samopodobieństwa tego procesu pozwala w inny sposób spojrzeć na układ wzajemnego pokrewieństwa różnych form organizmów, ale także na szybkość, z jaką powstają nowe grupy systematyczne. Im wyżej w hierarchii taksonomicznej stoi dana grupa, a więc w im większej skali obserwuje się ewolucję, w tym większych również przedziałach czasowych zachodzą przemiany tej grupy, choć dynamika owych przemian jest ta sama. Przeciwnie w małej skali, na poziomie gatunków lub rodzajów, adaptacja i modyfikacja dokonują się w krótkich odcinkach czasu.

Podobieństwo zjawisk w różnych skalach ewolucji może tłumaczyć przyśpieszanie tempa osiągania przez życie biologiczne kolejnych stopni rozwoju. Przyśpieszenie to może nie być artefaktem metod badawczych, lecz występować faktycznie, jednakże w odniesieniu nie do samej ewolucji jako

takiej, lecz do poszczególnych jej wytworów. W miarę upływu czasu szybkość powstawania nowych gatunków, rzędów czy typów może pozostawać stała, natomiast każda z tych nowopowstałych jednostek w swojej własnej historii ulegać będzie indywidualnemu przyspieszeniu przemian. Rekurencyjny schemat ewolucji odpowiadający takiej dynamice miałby postać:

*adaptuj — modyfikuj — powtarzaj szybciej.*

Nie oznacza to jednak, że w skali geologicznej w czasach bliskich współczesności ewolucja zachodzi znacznie szybciej, a przeciwnie, tempo rozwoju dużych grup systematycznych, jak na przykład całe typy, może być takie samo, jak we wcześniejszych epokach. Trudność obserwacji przemian największych jednostek systematycznych nie pozwala w prosty sposób zweryfikować takiego poglądu, przede wszystkim dlatego, że owe jednostki wyróżniane są przez taksonomów a posteriori wówczas, gdy brak licznych wymarłych form pośrednich sprawia wrażenie odrębności grup organizmów.

Samopodobny mechanizm ewolucji daje się również obserwować w inny sposób, mianowicie poprzez badanie chronologii rozwoju złożoności form życia na różnych poziomach tej złożoności. Ewolucja biologiczna nie ma charakteru linearnego rozwoju prowadzącego od pojedynczych cząsteczek białek, poprzez układy enzymatyczne, komórki, ustroje wielokomórkowe aż do organizmów tkankowych. Raczej jest to proces równoczesnego wzrostu złożoności struktury na wielu poziomach: molekularnym, komórkowym, tkankowym, osobniczym, społecznym. Można tu dostrzec, podobnie jak w filogenezie, dwie tendencje, do zwielokrotniania i łączenia tworów w wyższe poziomy organizacji oraz do różnicowania ich w wyspecjalizowane odmiany. Oba trendy współlistniejąc ze sobą prowadzą do powstawania organizmów

o różnych stopniach złożoności poszczególnych pięter struktury. Osiągnięcie wysokiej złożoności pojedynczych komórek nie jest wystarczającym warunkiem ich zorganizowania w organizm wielokomórkowy, z drugiej strony powstanie form wielokomórkowych nie oznacza końca ewolucji samych komórek jako elementów składowych.

Ta droga ewolucji, którą można wyrazić schematem:

*zwielokrotniaj — różnicuj — powtarzaj,*

prowadzi do wytworzenia samopodobnej struktury organizacji organizmów żywych. Hierarchiczna budowa ustroju złożonego z narządów i tkanek, które składają się z komórek, powstałych z kolei z kompleksów makromolekuł organicznych, jest wzorem złożoności obserwowanej także w skalach wyższych niż pojedynczy osobnik, obejmujących całe populacje. Szczególnie wyraźnie widoczna jest samopodobna struktura ponadosobnicza w społeczeństwie ludzkim, którego hierarchia władzy, zarządzania, kontroli, produkcji czy handlu staje się obecnie przedmiotem badań nauk socjologicznych czy ekonomicznych.

Opisane wyżej schematy rozwoju pojedynczego organizmu (*rośnij–podziel–powtarzaj*), filogenetycznego postępu ewolucyjnego (*adaptuj–modyfikuj–*

powtarzaj) oraz kształtowania hierarchicznej struktury organizacji istot żywych (*zwielokrotniaj–różnicuj–powtarzaj*) są w istocie bardzo do siebie zbliżone. Można zawrzeć je wszystkie w ogólnym schemacie:

*kopiuj — przekształcaj — powtarzaj.*

Ten bardzo uniwersalny proces wpisany jest w każdy obszar biologii i stanowi źródło przemian ewolucyjnych, bioróżnorodności, adaptacji i różnicowania, złożoności organizmów i ich populacji. Nietrudno dostrzec, niekiedy tak spektakularne, jak przedstawione na rys. 2.2, rezultaty działania powyższego przepisu wśród form biologicznych. Ten sam jednocześnie schemat jest głęboko powiązany z matematyczną teorią samopodobieństwa oraz chaosu deterministycznego, stanowi bowiem zasadę działania deterministycznych systemów iteracyjnych IFS [Peitgen1997]. Samopodobieństwo, tak dynamiczne, jak i strukturalne, procesów i tworów biologicznych wydaje się być zatem nie tyle elegancką koncepcją naukową, co nieuchronną konsekwencją wspólnej dla całej biologii formuły powielającej. Choć parametry tej szeroko pojętej formuły mogą zmieniać się w dużych zakresach, mechanizm działania pozostaje ten sam, prowadząc równocześnie do powielania tworów i przechodzenia na coraz wyższe stopnie złożoności.



Rys. 2.2. Budowa makroskopowa kwiatu brokułów odmiany Romanesco (*Brassica oleracea italica*). Zdjęcie obejmuje powiększenie jednej z różyczek głównego poziomu hierarchicznej struktury. (Fotografia autora)

Obok badań rodowodów różnorodnych form życia oraz ich struktur interesującego motywu do rozważań nad uniwersalnością schematu *kopiuj–przekształcaj–powtarzaj* dostarcza obserwacja osobniczego rozwoju organizmów. Biogenetyczne prawo rekapitulacji, sformułowane już prawie 140 lat temu przez Ernsta Haeckela, opisuje wyraźną analogię między rozwojem filogenetycznym danego organizmu a jego ontogenezą. Nie jest jednak

zaskoczeniem, że w drodze rozwoju od pojedynczej komórki do pełnego ustroju organizm przechodzi w przybliżeniu te same etapy, które przebyła ewolucja pomiędzy tymi samymi skrajnościami. Jeśli przyjąć, że w obu wypadkach działa ten sam mechanizm kopiowania i przekształcania, wówczas ontogeneza i filogeneza stają się tym samym samopodobnym zjawiskiem obserwowanym w różnych skalach. W świetle badań mechanizmów genetycznych rządzących rozwojem zarodkowym organizmów powyższa tożsamość znajduje swój odpowiednik w popartym coraz większą liczbą obserwacji stwierdzeniu, że ewolucja jednostek taksonomicznych jest w istocie ewolucją ich programów rozwoju ontogenetycznego [Janies1999], [Gellon1998].

Rekapitulacja cech przodków może być inaczej rekapitulacją parametrów systemu iteracyjnego. W przypadku biologicznych systemów iteracyjnych ich szczególną cechą jest bowiem tożsamość przedmiotu i podmiotu przekształcania. Struktury biologiczne kopiuje same siebie wraz z umiejętnością dalszego kopiowania. W toku iteracji deterministycznym zmianom ulega więc nie tylko przekształcany obiekt, ale i sama formuła przekształcania. Powtarzanie etapów filogenezy w rozwoju zarodkowym organizmu wyższego może więc być przesłanką świadczącą o tym, że zarówno w skali ewolucyjnej, jak i osobniczej działa ten sam iteracyjny mechanizm kopiowania i przekształcania, co więcej, parametry początkowe iterowanego przekształcania są zbliżone. Podobnie jak trajektorie dwóch zbliżonych systemów chaotycznych w swym początkowym przebiegu leżą blisko siebie, tak trajektorie rozwoju spokrewnionych organizmów przebiegają podobnym torem aż do momentu, gdy subtelne różnice stanów początkowych nie urosną na tyle, aby dalsze losy prowadziły do uformowania zupełnie odmiennych istot.

Jeżeli w rozwoju gatunków, organizmów czy ich zbiorowości można poszukiwać wyraźnych podobieństw, to można również podejrzewać, że te same wspólne cechy dadzą się odnaleźć także wśród wytworów, materialnych i niematerialnych, poszczególnych form życia. Człowiek, jako gatunek obdarzony największym potencjałem twórczym, buduje swoją cywilizację najpewniej czerpiąc wzorce ze schematów zapisanych w jego własnej ewolucji. W szczególności technologia informatyczna jest wybitnym osiągnięciem ludzkości i rezultatem nieustannego rozwoju człowieka, który to rozwój może podlegać tym samym regułom, co zjawiska biologiczne.

## **2.2 Ewolucja w biologii i informatyce**

Równoległość procesów różnicowania i zwielokrotniania zachodzących podczas ewolucji biologicznej sprawia, że powstające organizmy nie dają się ułożyć w jedną linię rozwojową, w której formy wyżej rozwinięte następują po formach bardziej prymitywnych. W istocie złożoność organizmów wzrasta równocześnie na różnych poziomach organizacji, co czyni trudnym porównywanie stopnia zaawansowania ich rozwoju.

Aby wyodrębnić poszczególne poziomy organizacji można przyjąć nasuwające się kryterium mnogościowe: przejście na wyższy poziom następuje poprzez zwielokrotnienie pojedynczej struktury. To proste kryterium, przyjęte od dawna w naukach biologicznych, dzieli ogromnie rozległy przedmiot badań

biologii na cztery zasadnicze obszary odpowiadające czterem skalom obserwacji przyrody. Historycznie najdłużej badaną jest skala osobnicza, dostępna obserwacji w dużej mierze bez konieczności posługiwania się wyrafinowanymi metodami. Pozostałe skale, molekularna, komórkowa i populacyjna, zyskały znaczenie w miarę rozwoju biologii dzięki opracowaniu zaawansowanych technicznie i matematycznie metod obserwacji i budowania modeli zjawisk.

Ewolucja złożoności form życia rozpoczęła się od skali molekularnej, w której zachodzą elementarne reakcje chemiczne. Ich produktem są mniej lub bardziej skomplikowane cząsteczki organiczne. Niektóre z nich, jak białka, posiadają zdolności katalityczne i uczestniczą w złożonych reakcjach biochemicznych, choć nie stanowią same w sobie odrębnego poziomu organizacji. Przejście na poziom komórkowy wymaga zwielokrotnienia poszczególnych reakcji i wyodrębnienia ich z otoczenia. Dzięki temu reakcje o odpowiedniej charakterystyce energetycznej mogą łączyć się w większe szlaki lub cykle przemian. Kompartментызacja reagentów i enzymów pozwala oddzielić różne układy biochemiczne i przypisać im odrębne funkcje. Wzbogacenie systemu pamięci genetycznej, przechowującej informacje o strukturze białek, w mechanizm sterowania aktywnością poszczególnych fragmentów kodu umożliwia wprowadzenie w komórce szczegółowego harmonogramu ekspresji i supresji genów, a zarazem przystosowanie do zmiennych warunków wewnętrznych i zewnętrznych.

Kolejne zwielokrotnienie struktury prowadzi do powstania organizmów wielokomórkowych i stwarza możliwość przejścia na osobniczy poziom organizacji. Wielokomórkowość pozwala na niezależne w czasie i równoległe przetwarzanie materii i energii, z drugiej strony stanowi podłoże specjalizacji tkankowej rozdziałającej różne funkcje organizmu pomiędzy odmiennie zbudowane narządy. Wynikiem szczególnej formy specjalizacji jest powstanie systemów koordynujących procesy fizjologiczne całego ustroju i sterujących poszczególnymi narządami.

Następny, wyższy poziom organizacji powstaje dzięki zwielokrotnieniu całych organizmów i połączeniu ich w ponadosobniczą strukturę. Tak powstająca populacja podlega innym prawom niż pojedyncze osobniki i jest tworem posiadającym swoją własną, specyficzną dynamikę. W wyniku specjalizacji czynnościowej organizmów składających się na populację taka zbiorowość może przybrać formę społeczności zorganizowanej, w której osobniki pełnią zróżnicowane role oraz istnieje pewien system sterowania ich zachowaniem, dzięki czemu duża liczba odrębnych fizycznie jednostek funkcjonuje jako spójna całość.

Powyższy opis pokrótce przedstawia hierarchię złożoności struktur biologicznych zobrazowaną schematycznie na rys. 2.3. W rzeczywistości znana współczesnej nauce złożoność organizmów żywych wykracza daleko poza tak uproszczony schemat, jednak przedstawione zasadnicze poziomy organizacji i kluczowe etapy rozwoju na tych poziomach są tutaj wystarczającym tłem do podjęcia rozważań nad analogią ewolucji biologicznej i postępu informatyki. Wprowadzenie zbyt wielu szczegółów uczyniłoby taką analogię nieczytelną, z drugiej zaś strony mogłoby sugerować związek tych procesów znacznie silniejszy, niż bardzo ogólna analogia.

|                                 |                            |
|---------------------------------|----------------------------|
| społeczność zorganizowana       | <b>populacyjny</b>         |
| populacja                       |                            |
| układy koordynacji i sterowania | <b>osobniczy</b>           |
| specjalizacja tkankowa          |                            |
| wielokomórkowość                |                            |
| harmonogram ekspresji białek    | <b>komórkowy</b>           |
| kompartmentyzacja reakcji       |                            |
| szlaki enzymatyczne             |                            |
| proste reakcje biochemiczne     | <b>molekularny</b>         |
| <i>etapy rozwoju</i>            | <i>poziomy organizacji</i> |
| <b>twory biologiczne</b>        |                            |

Rys. 2.3. Hierarchia złożoności struktur biologicznych.

Podobnie, jak ewolucja biologiczna rozpoczęła się od najprostszych reakcji biochemicznych, tak rozwój informatyki zaczął się od pewnego podstawowego poziomu złożoności operacji, za który można przyjąć najprostsze działania matematyczne. Najbardziej skomplikowane programy wykonywane przez współczesne komputery sprowadzają się w istocie do ciągu operacji arytmetycznych i logicznych wzbogaconych o instrukcje sterujące i zapewniające komunikację między poszczególnymi urządzeniami komputera. Ten subalgorytmiczny poziom organizacji nasuwa skojarzenia z molekularną skalą złożoności tworów biologicznych, których bogaty metabolizm również daje się wywieść z podstawowego repertuaru prostych przemian chemii organicznej.

Podstawowe operacje matematyczne można składać w sekwencje. W ten sposób, poprzez zwielokrotnienie pojedynczych elementów, organizacja tworu informatycznego przechodzi na poziom algorytmiczny. Ten poziom odpowiada skali komórkowej w biologicznej analogii. Algorytm komputerowy służy przetwarzaniu pewnych danych w określonym celu, prowadzi więc swoisty metabolizm informacji. Podobnie, jak w przypadku komórki biologicznej, wydzielenie z algorytmu wyspecjalizowanych fragmentów pozwala usprawnić przetwarzanie danych. Kompartmentyzacji komórki prowadzącej do wyodrębnienia zamkniętych obszarów, w obrębie których zachodzą niezależne przemiany, odpowiada w informatyce idea strukturalizacji programowania. Podzielenie większego algorytmu na szereg podprogramów dysponujących pamięcią lokalną umożliwia przypisanie im odrębnych, samodzielnie realizowanych funkcji. Jeszcze wyraźniejsze podobieństwo do tworów biologicznych przynosi programowanie zorientowane obiektowo, w którym poszczególne klasy wiążą ze sobą dane i metody ich przetwarzania tak, jak błony siateczki cytoplazmatycznej komórki wiążą ze sobą enzymy oraz substraty i produkty katalizowanych enzymatycznie reakcji.

Sukcesem ewolucyjnym pojedynczej komórki jest przystosowanie do zmieniających się warunków zarówno otoczenia na zewnątrz, jak i środowiska wewnątrz komórki. Możliwe jest to dzięki swoistemu scenariuszowi metabolicznemu zapisanemu w materiale genetycznym, który obok banku danych sekwencji białkowych pełni także rolę programatora uruchamiającego różnorodne szlaki metaboliczne w odpowiedzi na zmiany stanu komórki. Informatycznym odpowiednikiem tej cechy komórek biologicznych jest interaktywność algorytmu, dzięki której jego wykonanie może przebiegać różnymi torami wyznaczonymi przez dane wejściowe lub użytkownika.

Realizacja różnych scenariuszy wykonania możliwa jest dzięki aktywowaniu różnych funkcji lub metod klas w odpowiedniej kolejności uzależnionej od sygnałów zewnętrznych lub wewnętrznego stanu samego algorytmu.

Następny krok wzrostu złożoności w informatyce prowadzi do scalenia wielu algorytmów w pewien system. Jest to odpowiednik biologicznego poziomu osobniczego, na którym wiele komórek zostaje scalonych w jeden organizm. Najprostszą do odśzukania wspólną własnością w tej analogii jest współbieżność zachodzących procesów. Przemiany biochemiczne w komórce odbywają się w sposób rzeczywiście równoległy, w przypadku większości używanych współcześnie komputerów można mówić z reguły o obliczeniach pozornie równoległych. Zasada współbieżności mimo tych różnic jest jednak ta sama i w dziedzinie informatyki pozwala tworzyć systemy operacyjne, w obrębie których wykonywane są równocześnie instrukcje należące do wielu różnych algorytmów.

W technologiach informatycznych, podobnie jak w biologii organizmów wielokomórkowych, obserwować można tendencję do specjalizowania komponentów systemu informatycznego. Specjalizacja umożliwia podział zadań pomiędzy różne procesy wykonywane przez komputer, a zarazem ułatwia modyfikację lub rozbudowę systemu, która może obejmować jedynie komponenty ulegające zmianie. Założenia takiej specjalizacji, dające się ogólnie określić mianem architektury klient-serwer, przywodzą na myśl specjalizację tkankową organizmów wyższych. Poszczególne tkanki ustroju biologicznego wykonują określone zadania pełniąc jednocześnie rolę służebną wobec całego organizmu. Pozostałe elementy systemu za pomocą odpowiednich dróg komunikacji nerwowej lub hormonalnej mogą zgłaszać swoje żądania wyspecjalizowanym narządom lub tkankom, oczekując od nich pewnej reakcji mechanicznej, wyprodukowania czy uwolnienia substancji, podjęcia czynności obronnych bądź naprawy uszkodzeń ustroju. Jest to biologiczna analogia podziału systemu informatycznego na programy-serwery, specjalizujące się w wykonywaniu określonych zadań, oraz aplikacje klienckie, wysyłające do serwerów swoje oczekiwania usług. W rozbudowanym systemie niektóre procesy, nie zawsze w sposób jawny, mogą pełnić zarówno funkcje serwerów, jak i klientów, choć złożoność wzajemnych ich powiązań nie dorównuje tej spotykanej wśród narządów i układów organizmu żywego.

Współpraca wielu procesów realizowanych równoległe przez jeden komputer wymaga zaawansowanej koordynacji ich działania oraz zarządzania wykorzystywanymi zasobami. Jest to zadanie systemu operacyjnego, tworzącego informatycznego, który stanowi kolejny etap specjalizacji algorytmów w skali pojedynczego komputera. Powstanie systemów operacyjnych jest ściśle związane z pojawieniem się współbieżności procesów i trudno jest jednoznacznie określić, który krok rozwoju informatyki został wykonany wcześniej. Z kolei specjalizacja typu klient-serwer możliwa jest dzięki współbieżnemu wykonywaniu aplikacji klienckich i serwerów. Należy więc raczej stwierdzić, że wszystkie trzy wymienione aspekty rozwoju informatyki są ze sobą bardzo blisko powiązane i ewolucja systemów operacyjnych, współbieżności oraz architektury klient-serwer zachodzi równoległe.

W biologicznej analogii odpowiednikami systemów operacyjnych są wyspecjalizowane narządy i układy pełniące funkcje sterowania czynnościami

i zapewnienia integralności całego ustroju, takie jak układ nerwowy, dokrewny czy immunologiczny. W tym wypadku rozwój układów sterujących także zachodzi równolegle z osiągnięciem wielokomórkowości i specjalizacją tkankową. Różnicą w stosunku do systemów informatycznych jest rzeczywista współbieżność procesów biochemicznych, które zachodzą w miliardach komórek w tym samym czasie fizycznym. Jest to cecha nie spotykana w porównywalnej skali we współczesnych systemach komputerowych.

Najwyższym obecnie obserwowanym poziomem złożoności tworów informatycznych jest poziom sieci komputerowych. Odpowiada on w biologii całym populacjom organizmów. Można stworzyć tu dwie, nieco różne analogie, w zależności od rodzaju organizacji panującej w takiej zbiorowości. Najprostszą zbiorowością jest populacja niezależnych osobników współużytkujących zasoby tego samego środowiska. Odpowiednikiem tego rodzaju populacji jest sieć komputerowa będąca rezultatem zwielokrotnienia całych komputerów, pracujących niezależnie, lecz wykorzystujących wspólnie swoje własne zasoby.

Bardziej od populacji zaawansowaną organizacyjnie zbiorowością jest społeczność, czyli zbiór osobników współdziałających ze sobą w realizacji określonych celów, przestrzegających pewnych reguł zachowania i porozumiewających się ze sobą. Tego rodzaju społeczności najlepiej odpowiada wśród tworów informatycznych sieć komputerowa pojmowana jako środowisko funkcjonowania systemu multiagentowego. Aktywnymi elementami takiego systemu rozproszonego są procesy wykonywane przez różne komputery połączone w sieć. Same maszyny cyfrowe, jak również struktura fizyczna sieci nie biorą czynnego udziału w pracy systemu rozproszonego, stanowią jedynie środowisko, w ramach którego poruszają się elementy zbiorowości. Dlatego też nie tyle zwielokrotnienie komputerów, co zwielokrotnienie wykonywanych przez nie programów decyduje w tym przypadku o przejściu całego systemu na wyższy, sieciowy poziom organizacji.

|                                 |                     |                            |                              |
|---------------------------------|---------------------|----------------------------|------------------------------|
| społeczność zorganizowana       | <b>populacyjny</b>  | <b>sieciowy</b>            | system multiagentowy         |
| populacja                       |                     |                            | sieć komputerowa             |
| układy koordynacji i sterowania | <b>osobniczy</b>    | <b>systemowy</b>           | system operacyjny            |
| specjalizacja tkankowa          |                     |                            | architektura klient-serwer   |
| wielokomórkowość                |                     |                            | współbieżność                |
| harmonogram ekspresji białek    | <b>komórkowy</b>    | <b>algorytmiczny</b>       | interaktywność               |
| kompartmentyzacja reakcji       |                     |                            | strukturalizacja, obiektość  |
| szlaki enzymatyczne             |                     |                            | sekwencje instrukcji         |
| proste reakcje biochemiczne     | <b>molekularny</b>  | <b>subalgorytmiczny</b>    | proste operacje matematyczne |
| etapy rozwoju                   | poziomy organizacji | poziomy organizacji        | etapy rozwoju                |
| <b>twory biologiczne</b>        |                     | <b>twory informatyczne</b> |                              |

Rys. 2.4. Analogie złożoności struktur biologicznych i informatycznych.

Obserwując analogie rozwoju technologii informatycznych i ewolucji biologicznej, przedstawione schematycznie na rys. 2.4, można odnaleźć liczne podobieństwa między metodami, jakich używa przyroda i człowiek do stworzenia wysoce złożonych systemów. W miarę wzrostu tej złożoności zarówno twory informatyki, jak i biologii nabywają coraz silniejszych cech inteligencji, ich zachowanie staje się coraz bardziej nieprzewidywalne, pojawiają się coraz większe możliwości adaptacji i uczenia się. Jakkolwiek związki między przeciwległymi stronami biologiczno-informatycznej analogii są dość luźne i dopatrywanie się ścisłych podobieństw, na przykład między programowaniem obiektowym a wewnętrzną budową komórki, wywołuje racjonalny sprzeciw, tym niemniej po porównaniu zasadniczych etapów rozwoju tworów informatyki i biologicznych form życia można przyjąć pewien bardziej ogólny wniosek: Systemy multiagentowe są odpowiednikiem najbardziej skomplikowanych organizacji obserwowanych w przyrodzie ożywionej. Ten wniosek stanowi motywację do poszukiwania właśnie wśród systemów multiagentowych odpowiedniego narzędzia do budowania modeli złożonych zjawisk biologicznych.

## 2.3 Multiagentowe modele przyrody

Systemy multiagentowe mogą być rozważane w dwóch, nieco różnych, kontekstach: informatycznym oraz systemowym. Systemy multiagentowe rozumiane jako twory informatyczne stanowią zbiór programów-agentów zdolnych do przemieszczania się w sieci komputerowej, eksploracji jej zasobów bądź wykonywania pewnych akcji, a także komunikowania się między sobą lub z określonymi komputerami [Franklin1996]. Tej konkretnej reprezentacji systemów multiagentowych można przeciwstawić bardziej abstrakcyjną, uogólnioną postać, w której agentami są klony dowolnego systemu dynamicznego przemieszczające się we wspólnej przestrzeni fazowej tworząc w ten sposób swoisty supersystem.

Choć pojęcie systemu multiagentowego rozwinęło się dzięki postępowi informatyki, to jednak jest ono w istocie rzeczy ideą abstrakcyjną i łatwo daje się oderwać od komputerowej konkretyzacji. Pierwotnie pojęcie to ma bardzo wąskie znaczenie i stanowi jedynie egzemplifikację szerokiej klasy systemów dynamicznych, której reprezentanty spotykane są powszechnie wśród układów występujących w przyrodzie, takich jak choćby układy biologiczne dyskutowane powyżej. *System multiagentowy* jest jednak dobrze nazwaną pojemną koncepcją, znacznie bardziej pojemną, niż jest to konieczne, by zawrzeć określenie rozproszonego systemu informatycznego. W naturalny zatem sposób nasuwa się pomysł zapożyczenia tej nazwy, generalizacji jej znaczenia i wykorzystania tak uzyskanego pojęcia w cybernetyce, biologii i innych dziedzinach, których przedmiotem badań są systemy złożone. Podobnie, jak pojęcie indukcji, funkcjonujące w matematyce, fizyce, genetyce, chemii, medycynie i innych odległych dziedzinach, tak i pojęcie systemu multiagentowego jest zbyt cenne, aby ograniczać jego użycie do jednej nauki. Dlatego na podstawie przytoczonych wyżej rozważań i inspiracji informatycznych autor rozprawy proponuje użyć uogólnionej koncepcji systemu

multiagentowego w nowym rozumieniu, wzbogacającym zasób pojęć biocybernetyki, jak również innych dziedzin. Szczegółowemu omówieniu tej adaptacji poświęcony jest następny rozdział niniejszej rozprawy.

Abstrakcyjny charakter systemów multiagentowych czyni z nich bardzo dogodnie narzędzie tworzenia modeli różnorodnych zjawisk obserwowanych w wielu dziedzinach nauki. Agenty w takich modelach mogą być odpowiednikami bardzo różnych obiektów, materialnych bądź ideowych, nieskomplikowanych lub bardzo złożonych, o różnym stopniu aktywności. Modele multiagentowe można proponować wszędzie tam, gdzie występują zbiorowości podobnych, lecz autonomicznych obiektów rozwijających swoją dynamikę we wspólnym środowisku i wchodzących w interakcje ze sobą. Do obszarów zastosowań modeli multiagentowych należą więc między innymi nauki biologiczne, społeczne czy ekonomiczne.

W odniesieniu do zjawisk biologii systemy multiagentowe wydają się szczególnie użyteczne jako modele ze względu na możliwość adaptacji do skali złożoności modelowanego zjawiska. Systemy takie mogą reprezentować różne przedstawione powyżej poziomy organizacji struktur biologicznych, od pojedynczych komórek aż po całe populacje. Prowadzenie badań dynamiki systemów biologicznych przy użyciu modeli multiagentowych może pozwolić na odszukanie wspólnych cech w zachowaniu pozornie odległych struktur. Jeżeli pewne dwa systemy będące przedmiotem badań posiadają cechy multiagentowe oraz zbudowane modele tych systemów dobrze odzwierciedlają ich zachowanie, to stwierdzenia oparte na porównaniu modelowych agentów można przenosić na agenty przedmiotowych systemów. Porównując konstrukcję modeli i właściwości agentów można wnioskować o podobieństwie mechanizmów prowadzących do zjawisk obserwowanych na różnych poziomach organizacji. Pozwoli to być może odkryć nie tylko powierzchowne podobieństwo zachowań, ale też głębsze i silniejsze powiązania elementów różnych zbiorowości występujących pomiędzy skrajnościami mikro- i makroskopowej skali złożoności. W świetle przedyskutowanej na początku tego rozdziału samopodobnej natury złożoności biologicznej takie oczekiwania są silnie uzasadnione.

Systemy multiagentowe, jak już zostało to podkreślone wyżej, znajdują się na szczycie hierarchii złożoności tworów informatycznych i odpowiadają najwyższemu poziomowi struktury biologicznej, a więc zorganizowanym społecznościom. Ta analogia dotyczy przede wszystkim informatycznej konkretyzacji idei systemów multiagentowych. Abstrakcyjnie pojmowane cechy wieloagentowości można jednak bez trudu odszukać także na niższych poziomach biologicznej złożoności: osobniczym, komórkowym czy nawet molekularnym. Świadczy to, że systemy multiagentowe łączą w sobie dwie, cenne z punktu widzenia technik modelowania, cechy: są z jednej strony uniwersalne i dają się dopasować do różnych poziomów organizacji, z drugiej strony są na tyle pojemne, że mogą odwzorowywać struktury zajmujące najwyższy poziom złożoności.

Wymieniając zalety multiagentowych modeli przyrody ożywionej nie można pominąć najważniejszej bodaj cechy takich systemów, a mianowicie złożoności. Model multiagentowy zasadniczo może składać się z nieograniczonej liczby elementów, a jedynymi barierami nakładanymi na ich liczebność

są granice technicznych możliwości prowadzenia symulacji i przetwarzania uzyskanych za pomocą modelu danych. W świecie biologii powszechnie występują systemy złożone z elementów, których liczebność osiąga wartości rzędu miliardów. Ponieważ zachowanie poszczególnych elementów jest podobne, choć niezależne, wybór podejścia multiagentowego w tworzeniu modelu całego systemu jest oczywisty. Proces budowania takiego modelu zaczyna się od stworzenia pojedynczego agenta, który naśladuje zachowanie elementu składowego badanego systemu. Zwielenokrotnienie raz stworzonego agenta jest zabiegiem trywialnym i nie zwiększa w istocie rzeczy złożoności samego modelu, komplikuje natomiast jego zachowanie. Dzięki swej specyficznej konstrukcji systemy multiagentowe mogą więc łączyć statyczną prostotę budowy agentów z ogromną złożonością dynamiki pełnej ich zbiorowości. Właśnie taki dualizm prostoty i złożoności obserwuje się wśród tworów biologicznych.

Wykorzystanie systemów multiagentowych stwarza więc nadzieję nie tylko na zrekonstruowanie, choćby częściowe, rzeczywistej złożoności organizmów żywych lub ich zbiorowości, lecz także na wyjaśnienie mechanizmów powstawania złożonych zachowań za pomocą interakcji stosunkowo prostych elementów. Należy jednak w tym miejscu podkreślić, że złożoność dynamiki agenta, jakkolwiek niewielka w porównaniu ze złożonością całego systemu, może w znacznym stopniu przekraczać intuicyjne rozumienie prostoty. Zgodnie z omawianą wyżej hierarchią złożoności tworów biologicznych pojedynczy agent systemu modelującego wybrany poziom organizacji sam powinien wykazywać zachowanie licznej zbiorowości mniejszych agentów znajdujących się na niższym poziomie złożoności. Innymi słowy model powinien posiadać podobną do biologicznej hierarchię organizacji. Prowadzi to do nowej koncepcji samopodobnie złożonego systemu, który można określić mianem *systemu hiperagentowego*. Pojedynczy agent takiego systemu byłby złożony z wielu agentów niższego rzędu, sam zaś wraz z dużą liczbą swoich klonów składałby się na agenta wyższego rzędu. Ilość poziomów hierarchii może być w takim modelu dowolna.

Budowanie modeli multi- lub hiperagentowych może okazać się obiecującą metodą badania zjawisk zachodzących w przyrodzie ożywionej. Jej celem nie jest jednak poszukiwanie wyjaśnienia złożonej dynamiki systemów biologicznych w interakcji mnogich elementów podlegających prostym prawom ani też zamiana jakościowych cech zbiorowości na cechy ilościowe odpowiadające skali jej złożoności. Rozwijana przez autora idea agentowego modelowania zjawisk biologii nie jest przejawem radykalnego redukcjonizmu zmierzającego, poprzez rozbicie bogactwa zjawisk na elementarne prawa dynamiki, do ostatecznego sformułowania ich prostego, deterministycznego opisu. Przeciwnie, jest raczej wyrazem przekonania, że złożoność przyrody jest nieredukowalna, zaś wieloelementowe systemy wykazują zachowanie bogatsze niż wynikające ze zsumowania zachowań elementów składowych, a wobec tego modele zjawisk przyrody także muszą podobną złożoność oferować. Tak wyrażona synergia jest sama w sobie koncepcją dobrze ugruntowaną w biologii, medycynie, socjologii, ekonomii i innych naukach badających złożone systemy dynamiczne.

Model wysoce skomplikowany być może pozwoli dobrze odzwierciedlić naturę i przebieg rzeczywistych procesów biologicznych, należy jednak spodziewać się, że na jego podstawie nie będzie możliwe sformułowanie zestawu kilku zwięzłych praw rządzących badanymi procesami. Aby w pełni wykorzystać zbudowany model trzeba będzie prawdopodobnie stworzyć nowe metody analizy, interpretacji i wnioskowania na podstawie wyników eksperymentów symulacyjnych. W tym zakresie podejście agentowe stanowi alternatywę klasycznej metody badania zjawisk poprzez upraszczanie i uogólnianie, stosowanej powszechnie w naukach przyrodniczych.

Zarysowana koncepcja systemu hiperagentowego wymaga opracowania zaawansowanych metod opisu struktury i dynamicznych własności agentów na poszczególnych poziomach organizacji. Stawia również duże wymagania przed komputerowymi narzędziami symulacyjnymi ze względu na możliwą do wytworzenia w łatwy sposób ogromną złożoność obliczeniową modelu. Z tych też powodów koncepcja ta będzie przedmiotem przyszłych prac badawczych autora, natomiast w dalszej części niniejszej rozprawy wykorzystane zostaną niehierarchiczne systemy multiagentowe.



## 3. Multiagentowe systemy chaotyczne

### 3.1 Założenia ogólne

Niniejszy rozdział zawiera formalny opis uogólnionego systemu multiagentowego rozumianego jako system dynamiczny oraz multiagentowego systemu chaotycznego. Potrzeba wprowadzenia takich pojęć, przedstawiona w poprzednich rozdziałach, jak również brak podobnych prac w dostępnej literaturze przedmiotu skłoniły autora tej rozprawy do opracowania poniżej prezentowanej koncepcji matematycznej. Opisywane systemy, jak zostało to bliżej omówione w rozdziale drugim, nie stanowią dokładnego odpowiednika informatycznych systemów multiagentowych, lecz są ich daleko idącą generalizacją. Dlatego też należy rozpatrywać prezentowaną koncepcję poza kontekstem informatycznym.

Systemy multiagentowe w znaczeniu ogólnym będą pojmowane jako F-systemy, a więc dyskretne systemy iteracyjne. Dyskretny charakter dynamiki takich systemów wynika z ich informatycznego rodowodu oraz jest cechą umożliwiającą przeprowadzanie komputerowych eksperymentów symulacyjnych bez dodatkowych zabiegów dyskretyzacji niezbędnych w przypadku systemów ciągłych. Podobnie, iteracyjny charakter systemów multiagentowych jest naturalną konsekwencją przyjęcia dyskretnego upływu czasu w algorytmach komputerowych.

Wartości wszystkich zmiennych opisujących stan systemu będą należały do zbioru liczb zapisywalnych za pomocą metod przyjętych w technice komputerowej. Przestrzeń liczb rzeczywistych  $R$  zastąpiona zostanie wobec tego przez jej skończony podzbiór  $F$  reprezentujący zbiór liczb w zapisie zmiennopozycyjnym. Przestrzeń  $F$  może zawierać różne liczby wymierne w zależności od precyzji zapisu przyjętej w systemie komputerowym. Symbol  $F$  bez dodatkowych oznaczeń będzie reprezentował przestrzeń liczb zmiennopozycyjnych systemu komputerowego, dla którego definiowany jest system multiagentowy. Ponieważ dynamika systemu multiagentowego wykazującego zachowania chaotyczne silnie zależy od precyzji obliczeń, zmiana tej precyzji, dokonana poprzez przeniesienie modelu komputerowego do systemu o innym zapisie liczb wymiernych, spowoduje powstanie nowego systemu multiagentowego o odrębnej dynamice. Z tego powodu nie ma potrzeby jednoznacznego

określania parametrów przestrzeni  $F$  (struktury liczby zmiennoprzecinkowej) podczas definiowania systemu multiagentowego.

Należy zauważyć, że przestrzeń  $F$  może być traktowana także jako podzbiór liczb naturalnych, gdyż każda liczba zapisana w systemie komputerowym daje się zinterpretować jako ciąg cyfr binarnych określających pewną liczbę naturalną. Różnica między zbiorem  $F$  i odpowiadającym mu skończonym podzbiorem liczb naturalnych polega na odmienności działań arytmetycznych zdefiniowanych na obu zbiorach. Jeżeli jednak przyjąć, że działania te są tylko szczególnymi przypadkami funkcji operujących na skończonych liczbach naturalnych, to różnica powyższa ulega zatarciu.

Czas płynący w systemie multiagentowym będzie odmierzany iteracjami pewnego przekształcenia, które przeprowadzać będzie system ze stanu odpowiadającego danej chwili w stan chwili następnej. Kolejne chwile ewolucji stanu systemu stanowiąc będą uporządkowany zbiór momentów czasu  $T$ :

$$T = \{t : t \in \mathbb{N} \wedge t \leq t_{\text{exp}}\}, \quad (3.1)$$

gdzie  $t_{\text{exp}}$  oznacza horyzont czasowy eksperymentu, czyli liczbę chwil czasu, w jakich system będzie rozważany w eksperymencie komputerowym, a zarazem liczbę iteracji algorytmu symulacyjnego wykonującego wspomniane powyżej przekształcenie. Chwila początkowa oznaczana będzie  $t_0 = 0$ .

Ze względu na złożoną dynamikę systemu multiagentowego następujący poniżej opis został podzielony na dwie części. W pierwszej kolejności zostały przedstawione elementy składowe systemu w ich statycznej postaci, bez omawiania wzajemnych powiązań między nimi. W szczególności najpierw określone zostały dziedziny i zbiory wartości funkcji opisujących system. W drugiej kolejności zaprezentowano interakcje elementów systemu, kontekst występowania poszczególnych funkcji i ich rolę w determinowaniu dynamiki systemu. Dzięki takiej kolejności prezentacji matematyczny zapis formalny zachowuje podobieństwo do analogicznego zapisu w komputerowym języku programowania, który wymaga wstępnego, statycznego określenia elementów składowych poszczególnych obiektów oraz typu argumentów i wartości funkcji, w dalszej kolejności zaś definiowania ich dynamiki.

### 3.2 Elementy systemu

Podobnie, jak cały system, poszczególne agenty stanowią  $F$ -systemy poruszające się w pewnej przestrzeni stanów. Pojedynczy agent oznaczany będzie symbolem  $\alpha$ . Choć agenty nie są od siebie bezpośrednio zależne, wszystkie znajdują się w tej samej przestrzeni stanów  $\Omega_\alpha$  określonej jako:

$$\Omega_\alpha = F^{n_\alpha}, \quad (3.2)$$

gdzie  $n_\alpha$  jest liczbą zmiennych stanu agenta i zarazem liczbą wymiarów przestrzeni  $\Omega_\alpha$ . Wartość  $n_\alpha$  jest stała dla całego systemu multiagentowego.

Dla oznaczenia poszczególnych zmiennych stanu agenta wyróżnia się zbiór indeksów  $I_\alpha$ :

$$I_\alpha = \{i : i \in \mathbf{N} \wedge i < n_\alpha\} \quad (3.3)$$

Punkt w przestrzeni  $\Omega_\alpha$  jest wektorem  $\mathbf{a}$  złożonym z  $n_\alpha$  elementów:

$$\mathbf{a} = \{x_i : x_i \in \mathbf{F} \wedge i \in I_\alpha\} \quad (3.4)$$

Agent  $\alpha$  jest trójką  $\{\mathbf{a}, \varphi_\alpha, \rho_\alpha\}$ , w skład której wchodzi:

- wektor stanu  $\mathbf{a}$ ,
- funkcja przejścia  $\varphi_\alpha$ ,
- funkcja recepcji  $\rho_\alpha$ .

Wektor  $\mathbf{a}$  reprezentuje stan agenta, przy czym każdy agent może mieć stan inny od pozostałych agentów. Funkcja przejścia  $\varphi_\alpha$  odpowiada za iteracyjne zmiany stanu agenta w kolejnych chwilach czasu i jest określona następująco:

$$\varphi_\alpha : \Omega_\alpha \rightarrow \Omega_\alpha \quad (3.5)$$

Z kolei funkcja recepcji  $\rho_\alpha$ , określająca wpływ lokalnych bodźców na stan agenta, dana jest jako:

$$\rho_\alpha : \Omega_\alpha \times \Omega_\alpha \rightarrow \Omega_\alpha \quad (3.6)$$

Analogicznie do oznaczeń zmiennych stanu wprowadza się oznaczenia agentów w obrębie całego systemu za pomocą zbioru indeksów  $I_A$ :

$$I_A = \{i : i \in \mathbf{N} \wedge i < n_A\}, \quad (3.7)$$

gdzie  $n_A$  jest liczbą agentów w systemie.

Zbiór agentów w systemie multiagentowym oznaczony będzie przez  $A$ :

$$A = \{\alpha_i : i \in I_A\} \quad (3.8)$$

Wektory stanów poszczególnych agentów określają stan całego zbioru  $A$ , który znajduje się w odpowiednio większej przestrzeni stanów  $\Omega_A$ :

$$\Omega_A = \Omega_\alpha^{n_A} = \mathbf{F}^{n_\alpha n_A} \quad (3.9)$$

Stan zbioru agentów jest macierzą:

$$\mathbf{A} = \{x_{ik} : x_{ik} \in \mathbf{F} \wedge i \in I_\alpha \wedge k \in I_A\}, \quad (3.10)$$

której element  $x_{ik}$  jest  $i$ -tą zmienną stanu  $k$ -tego agenta. Oznaczając przez  $\mathbf{a}_k$  stan  $k$ -tego agenta systemu można przedstawić macierz  $\mathbf{A}$  w prostszy sposób jako układ kolumn:

$$\mathbf{A} = \{\mathbf{a}_k : k \in I_A\} \quad (3.11)$$

Obok zbioru agentów elementem składowym systemu multiagentowego jest środowisko, w jakim agenty funkcjonują. Środowisko samo w sobie również jest F-systemem, którego stan opisuje  $n_E$  zmiennych. Przestrzeń stanów środowiska  $\Omega_E$  jest określona jako:

$$\Omega_E = \mathbb{F}^{n_E}, \quad (3.12)$$

zaś poszczególne zmienne stanu numerują indeksy ze zbioru  $I_E$ :

$$I_E = \{i : i \in \mathbb{N} \wedge i < n_E\} \quad (3.13)$$

Stan środowiska opisuje  $n_E$ -elementowy wektor  $\mathbf{e}$ :

$$\mathbf{e} = \{x_i : x_i \in \mathbb{F} \wedge i \in I_E\} \quad (3.14)$$

Środowisko  $E$  jest czwórką  $\{\mathbf{e}, \varphi_E, \rho_E, \lambda\}$ , której elementami są:

- wektor stanu  $\mathbf{e}$ ,
- funkcja przejścia  $\varphi_E$ ,
- funkcja recepcji  $\rho_E$ ,
- funkcja reakcji lokalnej  $\lambda$ .

Wektor  $\mathbf{e}$  określa położenie środowiska w jego własnej przestrzeni stanów. Funkcja przejścia  $\varphi_E$ , podobnie jak w przypadku agenta, wyznacza iteracyjnie kolejne stany środowiska i operuje na następujących zbiorach:

$$\varphi_E : \Omega_E \times \Omega_A \rightarrow \Omega_E \quad (3.15)$$

Funkcja recepcji  $\rho_E$ , również podobna do analogicznej funkcji agenta, przetwarza bodźce zewnętrzne na zmiany stanu środowiska i określona jest jako:

$$\rho_E : \Omega_E \times \Omega_E \rightarrow \Omega_E \quad (3.16)$$

Specyficzną dla środowiska rolę pełni funkcja reakcji lokalnej  $\lambda$  wyznaczająca wpływ środowiska na pojedynczego agenta, zadana następująco:

$$\lambda : \Omega_E \times \Omega_A \times \Omega_\alpha \rightarrow \Omega_\alpha \quad (3.17)$$

Środowisko i zbiór agentów łącznie stanowią system multiagentowy oznaczany przez  $S$  :

$$S = \{E, A\} \quad (3.18)$$

### 3.3 Dynamika

Stan  $k$ -tego agenta, wszystkich agentów oraz środowiska w chwili  $t$  będzie oznaczany odpowiednio przez  $\mathbf{a}_k^t$ ,  $\mathbf{A}^t$  oraz  $\mathbf{e}^t$ . Ewolucja systemu rozpoczyna się od stanu początkowego agentów  $\mathbf{A}^0$  i środowiska  $\mathbf{e}^0$ .

Podczas ewolucji system podlega wpływom zewnętrznym oddziałującym na środowisko. Wpływy te mają postać wektora bodźca  $\mathbf{s}$ , który znajduje się w tej samej przestrzeni  $\Omega_E$ , co stan środowiska:

$$\mathbf{s} = \{x_i : x_i \in F \wedge i \in I_E\} \quad (3.19)$$

Wektor bodźca w chwili  $t$  będzie oznaczany przez  $\mathbf{s}^t$ .

Analogicznie do wpływów zewnętrznych samo środowisko systemu oddziałuje na poszczególne agenty w nim funkcjonujące. Wpływ środowiska na pojedynczego agenta przyjmuje postać wektora reakcji lokalnej  $\mathbf{a}^\lambda$ , który podobnie jak stan agenta, należy do przestrzeni  $\Omega_\alpha$ :

$$\mathbf{a}^\lambda = \{x_i : x_i \in F \wedge i \in I_\alpha\} \quad (3.20)$$

Ponieważ środowisko oddziałuje na każdego agenta, wektory reakcji lokalnych stanowią łącznie macierz  $\mathbf{A}^\lambda$  o strukturze podobnej do stanu zbioru agentów:

$$\mathbf{A}^\lambda = \{\mathbf{a}_k^\lambda : k \in I_A\} \quad (3.21)$$

gdzie  $\mathbf{a}_k^\lambda$  oznacza lokalny wpływ środowiska na  $k$ -tego agenta.

Dynamika systemu  $S$  ma charakter iteracyjny. W każdym kroku iteracji środowisko lub agenty zmieniają swój stan osiągając pewne przejściowe stany pośrednie, które nie są jawnie dostępne na zewnątrz systemu. Z punktu widzenia obserwatora istotny jest jedynie stan systemu przed i po dokonaniu kroku iteracji. Dla opisanego reguł rządzących zachowaniem systemu konieczne jest jednak przejście na wyższy poziom szczegółowości i prześledzenie powstających stanów pośrednich. Ponieważ czas w systemie upływa w sposób skokowy, stany pośrednie położone są w gruncie rzeczy poza dyskretną ośią czasu i nie dają się przypisać do żadnej chwili ewolucji systemu. Dlatego też w dalszym opisie oznaczenia stanów pośrednich nie będą wiązane z czasem,

a jedynie z funkcjami odgrywającymi rolę w ich powstawaniu. Należy mieć na uwadze, że omawiane stany pośrednie są jedynie tworem koncepcyjnym, nie zaś obserwowalnym etapem dynamiki systemu.

Krok iteracji prowadzący od chwili  $t$  do bezpośrednio następnej chwili  $t+1$  daje się rozbić na sekwencję następujących pięciu faz (zobrazowanych dalej na rys. 3.1.).

Faza 1: Środowisko przechodzi do pośredniego stanu  $\mathbf{e}^\varphi$  przekształcając swój dotychczasowy stan za pomocą funkcji przejścia  $\varphi_E$ , uwzględniając przy tym stan zbioru agentów:

$$\mathbf{e}^\varphi = \varphi_E(\mathbf{e}^t, \mathbf{A}^t) \quad (3.22)$$

Faza 2: Środowisko odbiera bodziec zewnętrzny poprzez funkcję recepcji  $\rho_E$  i przechodzi w stan  $\mathbf{e}^\rho$ , który jest zarazem stanem środowiska w chwili  $t+1$ :

$$\mathbf{e}^{t+1} = \mathbf{e}^\rho = \rho_E(\mathbf{e}^\varphi, \mathbf{s}^t) \quad (3.23)$$

W tym etapie pojedynczego kroku iteracji kończą się zmiany stanu środowiska, które przyjęło już ostateczny stan chwili następnej.

Faza 3: Środowisko wyznacza lokalny wpływ na funkcjonujące w nim agenty za pomocą funkcji reakcji lokalnej  $\lambda$  uwzględniając swój nowy stan oraz dotychczasowy stan agentów. W rezultacie dla  $k$ -tego agenta powstaje wektor reakcji lokalnej  $\mathbf{a}_k^\lambda$ :

$$\mathbf{a}_k^\lambda = \lambda(\mathbf{e}^\rho, \mathbf{A}^t, \mathbf{a}_k^t) \quad (3.24)$$

Faza 4: Zbiór agentów przechodzi do pośredniego stanu  $\mathbf{A}^\varphi$ . Następuje to poprzez przekształcenie dotychczasowego stanu każdego agenta z  $\mathbf{a}^t$  w  $\mathbf{a}^\varphi$  za pomocą funkcji przejścia  $\varphi_\alpha$ :

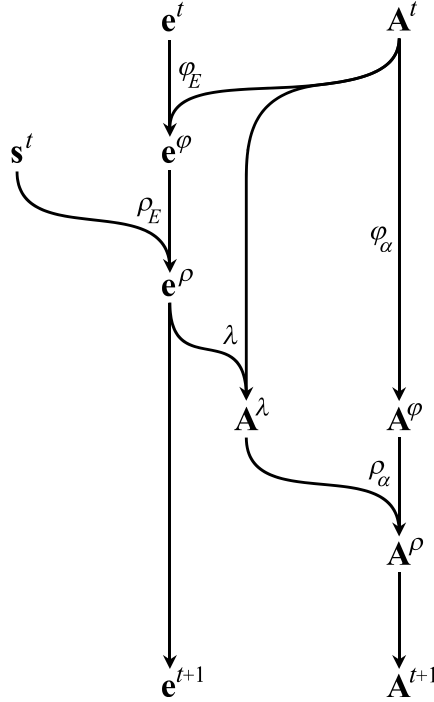
$$\mathbf{a}_k^\varphi = \varphi_\alpha(\mathbf{a}_k^t), \quad k \in I_A \quad (3.25)$$

Faza 5: Zbiór agentów przechodzi do stanu  $\mathbf{A}^\rho$ . Jest to wynikiem odebrania przez wszystkie agenty lokalnego wpływu środowiska poprzez funkcję recepcji  $\rho_\alpha$ , która przeprowadza agenty ze stanu  $\mathbf{a}^\varphi$  w  $\mathbf{a}^\rho$  będący zarazem ich stanem w chwili  $t+1$ :

$$\mathbf{a}_k^{t+1} = \mathbf{a}_k^\rho = \rho_\alpha(\mathbf{a}_k^\varphi, \mathbf{a}_k^\lambda), \quad k \in I_A \quad (3.26)$$

W rezultacie zbiór agentów otrzymuje stan  $\mathbf{A}^{t+1} = \mathbf{A}^\rho$  i na tym kończy się pełny krok iteracji.

Tak określona dynamika systemu  $S$  stanowi uporządkowaną sekwencję zdarzeń, przejść między stanami agentów i środowiska. Można zatem przedstawić ją wizualnie za pomocą odpowiedniego schematu zastępując, dla zachowania przejrzystości obrazu, stany indywidualnych agentów stanem całego ich zbioru. Schemat taki ma postać grafu przedstawionego na rys. 3.1.



Rys. 3.1. Graf zależności dynamicznych pośrednich stanów systemu multiagentowego w pojedynczym kroku iteracji

Zilustrowano tu pojedynczy cykl iteracji prowadzący od chwili  $t$  do chwili  $t+1$ . Skierowane krawędzie reprezentują powiązania poszczególnych stanów znajdujących się w węzłach grafu. Oznaczenia obok strzałek określają funkcje, za pośrednictwem których dokonują się odpowiednie przejścia stanów.

Ewolucja systemu przebiega w dwóch zasadniczych szlakach obejmujących zmiany stanu zbioru agentów i stanu środowiska. Szlak agentowy opisuje sekwencja

$$\mathbf{A}^t \rightarrow \mathbf{A}^\varphi \rightarrow \mathbf{A}^\rho = \mathbf{A}^{t+1} \quad (3.27)$$

złożona z dwóch etapów: *ewolucji wewnętrznej* oraz *interakcji ze środowiskiem*. Pierwszy etap tego szlaku zachodzi wyłącznie wewnątrz każdego agenta i angażuje jego funkcję przejścia  $\varphi_\alpha$ . W drugim etapie udział bierze także środowisko, a ściślej wyznaczony przez środowisko dla każdego agenta wektor reakcji lokalnej, który wraz z odpowiednim wektorem stanu agenta staje się argumentem funkcji recepcji  $\rho_\alpha$ .

Można rozważyć pewien szczególny przypadek funkcji recepcji agenta,  $\bar{\rho}_\alpha$ , zredukowanej do relacji równoważności na zbiorze  $\Omega_\alpha$ . W takim przypadku

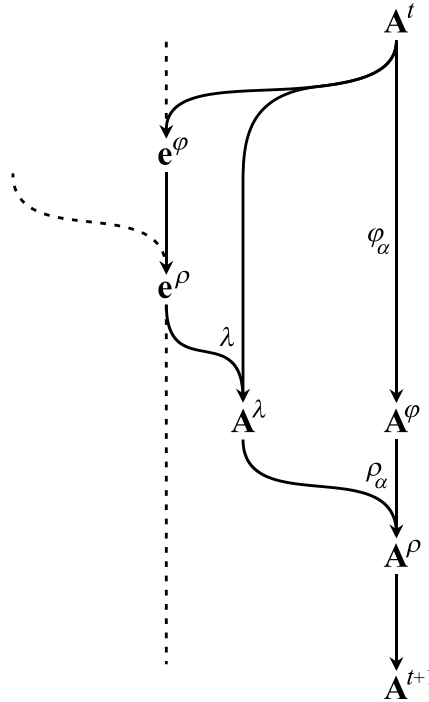
funkcja recepcji nie zmienia stanu agenta, a drugi z jej argumentów, jakim jest wektor reakcji lokalnej, nie wpływa na wartość funkcji. Spełniona jest wówczas dla każdego agenta zależność:

$$\mathbf{a}^\rho = \bar{\bar{\rho}}_\alpha(\mathbf{a}^\varphi, \mathbf{a}^\lambda) = \mathbf{a}^\varphi \quad (3.28)$$

Stąd wynika równanie opisujące dynamikę pojedynczego agenta:

$$\mathbf{a}^{t+1} = \varphi_\alpha(\mathbf{a}^t) \quad (3.29)$$

Zatem w rozważanym szczególnym przypadku dynamika zbioru agentów redukuje się do iterowania funkcji przejścia, przy czym stany wszystkich agentów pozostają od siebie niezależne, zaś rola środowiska jest pomijalna. System  $S$  znajdujący się w takiej sytuacji będzie nazywany dla potrzeb dalszego opisu systemem *izolowanym wewnątrznie*. Jego zachowanie nie jest bogatsze pod względem złożoności, niż zachowanie zwielokrotnionych, lecz identycznych kopii pojedynczego agenta. Prowadzenie eksperymentu na takim systemie daje te same rezultaty, co równoległe eksperymentowanie na wielu jednoagentowych systemach o różnych stanach początkowych.



Rys. 3.2. Pętla sprzężenia zwrotnego stanu zbioru agentów

W ogólnym przypadku funkcja recepcji agenta wzbogaca jego zachowanie o możliwość odbierania bodźców z bezpośredniego otoczenia agenta, a więc ze środowiska systemu. Pozwala to na stworzenie więzi między agentami, których stany mogą wzajemnie na siebie wpływać. Pętlę takiego sprzężenia stanowi fragment grafu iteracji systemu zamieszczony na rys. 3.2.

W każdym kroku iteracji stan agentów w dwojaki sposób wpływa na wytworzenie wektora reakcji lokalnej: pośrednio poprzez oddziaływanie na stan środowiska  $\mathbf{e}^\rho$  i bezpośrednio poprzez udział w wyznaczaniu wartości funkcji reakcji lokalnej  $\lambda$ . Funkcja  $\lambda$  określa zatem, jaki miejscowy wpływ wywiera stan całego zbioru agentów oraz stan środowiska na pojedynczego agenta. Ponieważ z punktu widzenia swoich własności dynamicznych agenty są odróżnialne jedynie na podstawie własnego stanu (nie identyfikuje ich żaden unikalny parametr), dlatego też jednym z argumentów funkcji  $\lambda$  jest stan agenta, dla którego wyznaczany jest wektor reakcji lokalnej.

O tym, w jaki sposób agenty odbierają lokalne wpływy, w wytworzeniu których uczestniczą, decyduje ich funkcja recepcji. Naturalnie jest więc ona elementem samego agenta. Z kolei funkcja reakcji lokalnej zajmuje inną pozycję w strukturze systemu i jako niezależna od indywidualnego agenta jest związana ze środowiskiem. Dzięki temu to właśnie środowisko przejmuje rolę przekazywania pomiędzy agentami ich wzajemnych oddziaływań.

Środowisko podlega również własnym przemianom składającym się na drugi główny szlak dynamiki systemu wyrażony sekwencją

$$\mathbf{e}^t \rightarrow \mathbf{e}^\rho \rightarrow \mathbf{e}^\rho = \mathbf{e}^{t+1} \quad (3.30)$$

podobną do analogicznej sekwencji szlaku agentowego. Pierwszym etapem tego szlaku jest ewolucja stanu środowiska realizowana za pośrednictwem funkcji przejścia  $\varphi_E$ . Argumentem tej funkcji jest nie tylko stan środowiska, ale także stan zbioru agentów. W ten sposób funkcja ta stwarza agentom możliwość ekspresji swoich stanów poprzez przekazanie ich do środowiska.

Drugi etap szlaku dynamiki środowiska obejmuje *interakcję z otoczeniem*. Funkcją odpowiedzialną za odbieranie bodźców z otoczenia systemu jest funkcja recepcji środowiska  $\rho_E$ . Pełni ona mniej złożoną rolę w dynamice całego systemu niż funkcja recepcji agenta, nie wytwarza bowiem wewnętrznych sprzężeń zwrotnych. Umożliwia jednak wnikanie do systemu wpływów zewnętrznych, wyrażonych przez wektor bodźca  $\mathbf{s}$ .

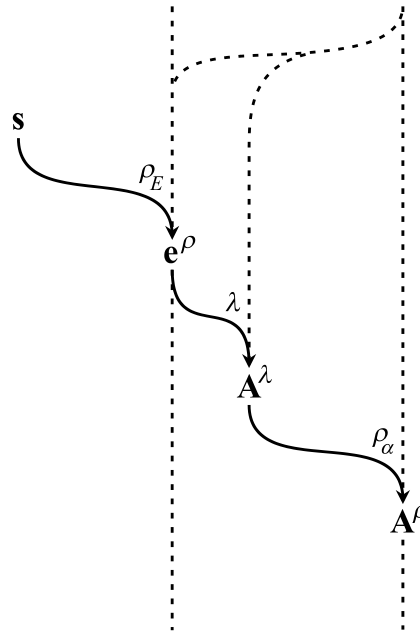
Podobnie jak w przypadku agenta, można wyróżnić szczególny przypadek funkcji recepcji środowiska,  $\bar{\rho}_E$ , nie zmieniającej stanu środowiska i ignorującej wektor bodźca:

$$\mathbf{e}^\rho = \bar{\rho}_E(\mathbf{e}^\rho, \mathbf{s}) = \mathbf{e}^\rho \quad (3.31)$$

Taka funkcja recepcji, sprowadzająca się w zasadzie do równoważności na zbiorze  $\Omega_E$ , powoduje, że system  $\mathbf{S}$  staje się *izolowany zewnętrznie* od jakichkolwiek bodźców. Jego ewolucja jest zdeterminowana jedynie przez stany początkowe agentów i środowiska oraz przez specyfikę pozostałych funkcji systemu:  $\varphi_E$ ,  $\lambda$ ,  $\varphi_\alpha$  i  $\rho_\alpha$ .

Gdy funkcja  $\rho_E$ , w ogólnym przypadku, pozwala na zmiany stanu środowiska pod wpływem zewnętrznych bodźców, wówczas można w pełni obserwować zasadniczą rolę środowiska, jaką jest zapewnianie przepływu informacji w systemie. Przepływ ten uwidacznia się w trzecim szlaku

dynamicznym obejmującym *kaskadę recepcji bodźca* złożoną z krawędzi grafu iteracji przedstawionych na rys. 3.3.



Rys. 3.3. Kaskada recepcji bodźca

W każdym kroku iteracji zewnętrzny bodziec dociera do systemu oddziałując na stan środowiska ( $s \rightarrow e^\rho$ ). Następnie sygnał ten zostaje rozdyskretyzowany wśród wektorów reakcji lokalnych ( $e^\rho \rightarrow A^\lambda$ ). W ostatnim etapie kaskady recepcja lokalnych wpływów środowiska przez agenty ( $A^\lambda \rightarrow A^\rho$ ) kończy rozprzestrzenianie się bodźca zewnętrznego w całym systemie.

Podsumowując, pojedynczy krok iteracji przeprowadza system ze stanu w danej chwili do stanu w chwili następnej w sposób dający się rozdzielić na trzy zasadnicze, splecione wzajemnie szlaki dynamiczne:

- ewolucję stanu agentów,
- dystrybucję sygnałów w środowisku,
- recepcję bodźców zewnętrznych.

Za zmiany stanu elementów systemu odpowiedzialnych jest pięć funkcji powiązanych z pięcioma fazami kroku iteracji. Kolejność, w jakiej zachodzą te fazy jest czysto umowna i nie ma istotnego wpływu na dynamikę systemu, a zmiana tej sekwencji może spowodować jedynie opóźnienie o jeden cykl szeregów czasowych opisujących stan agentów lub środowiska. Dla zapewnienia czytelności opisu przyjęta została przedstawiona powyżej kolejność faz odpowiadająca logicznemu powiązaniu elementów systemu.

### 3.4 Zachowania chaotyczne

Opisywany do tej pory system multiagentowy posiadał złożoną, ale w pełni zdeterminowaną dynamikę, jakkolwiek chaotyczny charakter owej dynamiki nie był określony. Bazując na dotychczasowym wywodzie można teraz wzbogacić zachowanie systemu o cechy chaosu deterministycznego. W świetle rozważań prowadzonych w rozdziale pierwszym precyzyjne sformułowanie definicji chaosu w F-systemach nastrocza pewnych trudności. Aby je ominąć przyjęte zostanie założenie, że iteracyjne zachowanie chaotyczne w skończonej przestrzeni stanów jest zrozumiałym intuicyjnie pojęciem i nie wymaga precyzowania. Należy jednak brać pod uwagę, że odniesienie przedstawionych poniżej koncepcji do konkretnych symulacyjnych modeli systemów multiagentowych wymagać może zastąpienia sformułowań takich, jak "obecność chaosu" lub "brak chaosu", słabszymi ilościowymi atrybutami.

Najprostszym, choć nieproduktywnym określeniem multiagentowego systemu chaotycznego jest stwierdzenie, że jest to system multiagentowy prezentujący endogenne zachowanie chaotyczne, a więc taki, w którym źródło chaosu znajduje się wewnątrz systemu. Poszukując źródła takiego zachowania można analizować zarówno dynamikę środowiska, jak i poszczególnych agentów. Z oczywistych powodów należy rozważać jedynie system nie podlegający chaotycznym bodźcom zewnętrznym, w przeciwnym wypadku jego zachowanie może tylko naśladować zachowanie otoczenia. Powyższa uwaga może wydawać się zbędna, jakkolwiek warto ją tu umieścić ze względu na szczególny charakter systemów multiagentowych predysponowanych do odbierania i przetwarzania bodźców zewnętrznych.

Środowisko systemu multiagentowego wykazuje złożoną dynamikę powiązaną silnie z dynamiką agentów, których stan pełni rolę jednego z argumentów funkcji determinujących zachowanie środowiska. Z tego powodu nie można obserwować zachowania samego środowiska odizolowanego od pozostałych elementów systemu. Agenty, przeciwnie, posiadają własną, autonomiczną dynamikę, która daje się dobrze obserwować, gdy system jest izolowany wewnętrznie. Co więcej, samodzielna dynamika agentów ma postać prostych iteracji funkcji przejścia opisanych równaniem (3.29), dlatego jest szczególnie dogodnym obszarem poszukiwań chaosu deterministycznego. Biorąc pod uwagę te właściwości systemu można ustalić dwa konteksty obserwacji zmierzających do wykrycia cech chaosu: kontekst agentowy i środowiskowy.

Aby osadzić obserwacje dynamiki systemu w kontekście agentowym, należy doprowadzić wcześniej system do stanu izolowanego wewnętrznie poprzez zastąpienie funkcji recepcji agenta  $\rho_\alpha$  odpowiednio spreparowaną funkcją  $\bar{\rho}_\alpha$ . Przedmiotem obserwacji jest wówczas stan agentów, przy czym zgodnie z wcześniejszymi rozważaniami nie ma znaczenia, czy pod uwagę brany jest jeden czy wszystkie agenty, gdyż są one swoimi klonami i nie podlegają wzajemnym interakcjom. Uzyskanie środowiskowego kontekstu obserwacji wymaga z kolei wprowadzenia systemu w stan izolowany zewnętrznie poprzez zamianę funkcji recepcji środowiska  $\rho_E$  na funkcję  $\bar{\rho}_E$  przy pozostawieniu pozostałych funkcji systemu w oryginalnej postaci.

Oba konteksty obserwacji pozostają niezależne od siebie, zatem istnieją cztery potencjalne konfiguracje cech chaosu w systemie multiagentowym. W zależności od występowania chaosu lub jego braku w systemie izolowanym wewnątrz i zewnątrz można wyróżnić cztery klasy systemów, w tym trzy chaotyczne i jedną pozbawioną chaosu, przedstawione w tabeli 3.1.

Tab. 3.1. Klasy multiagentowych systemów chaotycznych

|                                                      |             | kontekst agentowy<br>(system izolowany wewnątrz)              |                                                             |
|------------------------------------------------------|-------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
|                                                      |             | brak chaosu                                                   | chaos                                                       |
| kontekst środowiskowy<br>(system izolowany zewnątrz) | brak chaosu | niechaotyczny system multiagentowy<br>MANCS                   | multiagentowy system chaotyczny z chaosem utajonym<br>sMACS |
|                                                      | chaos       | multiagentowy system chaotyczny z chaosem narzuconym<br>iMACS | multiagentowy system chaotyczny z chaosem jawnym<br>MACS    |

Dla potrzeb dalszych rozważań zostaną przez autora wprowadzone nazwy poszczególnych klas opisujące rodzaj obserwowanego w nich chaosu. Systemy multiagentowe całkowicie pozbawione zachowań chaotycznych, dla odróżnienia od ogólnie pojętych systemów multiagentowych opisywanych w tym rozdziale, będą nazywane *niechaotycznymi systemami multiagentowymi* (MultiAgent Non-Chaotic Systems, MANCS). Pozostałe systemy multiagentowe, a więc te, które wykazują cechy chaosu w co najmniej jednym kontekście obserwacji, nazywane będą *multiagentowymi systemami chaotycznymi* (MultiAgent Chaotic Systems, MACS).

Do multiagentowych systemów chaotycznych należą trzy klasy różniące się wpływem dynamiki środowiska na dynamikę całego systemu. Pierwszą klasę stanowią systemy, w których środowisko tłumi zachowania chaotyczne agentów sprawiając, że cechy chaosu są obserwowane jedynie w stanie izolacji wewnętrznej, brak ich natomiast w środowiskowym kontekście obserwacji. Tego typu systemy będą określane jako multiagentowe systemy chaotyczne z *chaosem utajonym* (suppressed chaos MACS, sMACS).

Drugą klasę tworzą systemy, w których środowisko wymusza zachowania chaotyczne pomimo ich braku wśród indywidualnych agentów. Cechy chaosu są wówczas obserwowane w kontekście środowiskowym, zaś nieobecne w sta-

nie izolacji wewnętrznej. Systemy tej klasy będą nazywane multiagentowymi systemami chaotycznymi z *chaosem narzuconym* (imposed chaos MACS, iMACS).

Ostatnią wreszcie klasę stanowią takie systemy, które wykazują zachowania chaotyczne zarówno w agentowym, jak i środowiskowym kontekście obserwacji. Nazywane one będą systemami z *chaosem jawnym* albo multiagentowymi systemami chaotycznymi w węższym znaczeniu.

W przypadku sMACS odszukanie źródła chaosu w systemie nie nastręcza trudności. Ponieważ jedyną formą zachowania systemu izolowanego wewnętrznie jest iterowanie funkcji przejścia agenta, dlatego też ta właśnie funkcja odpowiedzialna jest za generowanie chaosu. Musi ona zatem posiadać własność mieszania dyskutowaną dla F-systemów w rozdziale pierwszym. Brak chaosu obserwowany w kontekście środowiskowym może być wynikiem stabilizującego wpływu środowiska na zachowanie agentów lub skutkiem braku przeniesienia chaotycznej dynamiki agentów na środowisko.

W systemach z chaosem jawnym źródło chaosu także musi leżeć po stronie agenta, aby można było obserwować chaos w stanie izolowanym wewnętrznie. Obecność cech chaosu w środowiskowym kontekście obserwacji takiego systemu może być spowodowana przez przeniesienie zachowań agentów na środowisko, lecz może być również przejawem istnienia dodatkowego źródła chaosu położonego w samym środowisku, na przykład w jego funkcji przejścia.

Trudniejsze jest poszukiwanie przyczyn zachowania chaotycznego w klasie iMACS. Ponieważ w kontekście agentowym system nie zachowuje się chaotycznie, funkcja przejścia agenta nie posiada własności mieszania i nie ona odpowiada za dynamikę systemu w kontekście środowiskowym. Źródło chaosu musi znajdować się zatem po stronie środowiska. Złożone powiązania dynamiki środowiska i agentów sprawiają jednak, że istnieje wiele możliwych miejsc, w których powstają zachowania chaotyczne. Własność mieszania może posiadać funkcja przejścia środowiska, która bezpośrednio decyduje o zmianach jego stanu. Jednakże mieszanie punktów przestrzeni stanów środowiska może następować również niejawnie, dzięki pętlom pozwalającym na przepływ wartości zmiennych stanu pomiędzy środowiskiem i agentami. Za powstawanie zachowań chaotycznych środowiska może więc odpowiadać jego funkcja reakcji lokalnej i funkcja przejścia wraz z funkcją recepcji agenta. Systemy klasy iMACS stanowią wobec tego interesujący obiekt badań nad dynamiką chaotyczną wymuszoną nie bezpośrednio przez przekształcenie o własności mieszania, lecz pośrednio poprzez złożone powiązania dynamiczne wielu elementów systemu.

### 3.5 System jako całość

Podsumowując powyższy opis multiagentowych systemów chaotycznych można zauważyć, że łączą one w sobie następujące komponenty:

- *Zwielokrotniona struktura*. Zasadniczym składnikiem strukturalnym systemu jest wieloelementowy zbiór agentów, z których wszystkie

stanowią identyczne kopie i posiadają jednakową dynamikę, choć ich stany mogą być różne.

- *Iteracyjna dynamika*. Pojedyncze agenty iterują swoją funkcję przejścia, co jest wyraźnie widoczne w systemie izolowanym wewnętrznie. Podobnie środowisko posiada dynamikę iteracyjną, choć dodatkowo komplikowaną przez powiązania z agentami.
- *Medium komunikacji wewnętrznej*. Obecność środowiska odbierającego informacje o stanie elementów systemu i generującego lokalne wpływy na poszczególne agenty stwarza możliwość rozprzestrzeniania się sygnałów wewnątrz systemu.
- *Sprzężenia zwrotne*. Złożone drogi przepływu sygnałów pomiędzy agentami i środowiskiem tworzą między innymi pętle doprowadzające informację o stanie agenta do niego samego bezpośrednio lub poprzez łańcuch obejmujący także inne agenty.
- *Szlak recepcji bodźców zewnętrznych*. Dzięki wyposażeniu środowiska w funkcję recepcji i funkcję reakcji lokalnej sygnały docierające do systemu z zewnątrz mogą wpływać na stan środowiska oraz docierać do wszystkich agentów w systemie.
- *Zachowania chaotyczne*. Obecność chaosu w dynamice agentów oraz środowiska nie tylko wzbogaca zachowanie systemu o element nieprzewidywalności, ale także pozwala dokonać ogólnej klasyfikacji systemów multiagentowych.

Wymienione cechy silnie korelują z podobnymi cechami bogato reprezentowanymi w różnorodnych systemach biologicznych. Przemawia to na korzyść systemów MACS traktowanych jako narzędzie modelowania złożonych zjawisk biologii. Uzyskanie właśnie takiego narzędzia było celem prac autora niniejszej rozprawy, dlatego też koncepcja MACS została opracowana przy uwzględnieniu założenia, że systemy modelujące zjawiska biologiczne powinny posiadać cechy strukturalne i dynamiczne podobne do tych, jakie posiadają modelowane systemy. Można zatem za popartą uznać centralną tezę tej rozprawy stwierdzającą, że multiagentowe systemy chaotyczne stanowią adekwatne narzędzie modelowania dynamiki złożonych systemów biologicznych. Przykłady systemów zaczerpniętych z biologii i medycyny będą rozważane pod kątem budowy ich multiagentowych modeli w następnym rozdziale rozprawy. Zanim to nastąpi warto jeszcze zwrócić uwagę na kilka pozostałych cech systemów multiagentowych.

Jednym z ważnych pytań, jakie należy zadać, jest kwestia ustalenia, co przedstawia stan systemu multiagentowego. System w istocie złożony jest z wielu podsystemów, z których jeden stanowi środowisko, pozostałe zaś są agentami. Każdy z podsystemów posiada własny wektor stanu. Wykorzystanie całego systemu jako modelu badawczego implikuje pewną elastyczność w określeniu, które z tych wektorów składają się na stan systemu, jakkolwiek ściśle tego ustalenie nie jest warunkiem koniecznym prowadzenia eksperymentów. W zależności od przeznaczenia modelu przedmiotem obserwacji może być stan samego środowiska, wszystkich agentów bądź tylko jednego, wybranego agenta.

Należy jednak pamiętać, że w koncepcji systemu multiagentowego zawarta jest analogia do rzeczywistych systemów przyrody, które nie poddają się łatwo bezpośrednim obserwacjom stanu ich elementów. Rozpatrując w tym aspekcie kwestię ustalenia stanu systemu należy przyjąć, że otoczenie, a więc także badacz, ma dostęp jedynie do środowiska systemu pośredniczącego między światem zewnętrznym i ukrytymi agentami. W takiej sytuacji stanem systemu multiagentowego staje się stan środowiska, który można obserwować oraz na który można wpływać poprzez prezentowanie systemowi odpowiedniego wektora bodźca.

System multiagentowy posiada ustaloną, skończoną liczbę agentów  $n_A$ . Liczba ta jest uwzględniona w strukturze systemu, gdyż determinuje postać tych funkcji środowiska, które zgodnie z (3.15) i (3.17) wykorzystują jako argumenty stan zbioru agentów. Zmiana liczby agentów nie jest wobec tego możliwa bez zmiany samego systemu, wymagałaby bowiem modyfikacji funkcji przejścia środowiska  $\varphi_E$  i funkcji reakcji lokalnej  $\lambda$  i oznaczałaby przeniesienie zbioru agentów w przestrzeń stanów  $\Omega_A$  o innej liczbie wymiarów. Istnieje jednak możliwość zmiany liczby agentów wpływających na dynamikę systemu bez ich dodawania lub usuwania oraz bez zmiany funkcji kształtujących zachowanie systemu. W tym celu jedna ze zmiennych stanu agenta może określać stopień jego przynależności do systemu, natomiast funkcje środowiska  $\varphi_E$  oraz  $\lambda$  mogą wykorzystywać tę zmienną jako wagę, z jaką stan danego agenta wpływa na wartość tych funkcji.

Taka konstrukcja systemu pozwala na istnienie w nim agentów wirtualnych, które nie biorą udziału w przemianach dynamicznych systemu. Agenty wirtualne uzupełniają przestrzeń stanów zbioru agentów do liczby wymiarów założonej dla danego systemu jednocześnie umożliwiając niecałkowite jej wykorzystanie. Zmiana wartości odpowiedniej zmiennej stanu agenta może spowodować włączenie nieaktywnego dotąd agenta do dynamiki systemu lub też zmianę przeciwną, co odpowiada dodawaniu lub usuwaniu agentów z systemu. Stopień przynależności agenta do systemu, a więc stopień jego aktywności, może być także wyrażony liczbą niecałkowitą, co nasuwa skojarzenie z funkcją przynależności zbioru rozmytego. Połączenie koncepcji systemów multiagentowych z osiągnięciami teorii zbiorów rozmytych może stanowić obiecujący obszar badań, jakkolwiek wykraczający daleko poza założone ramy tej dysertacji, z tego też względu nie będzie przedmiotem dalszych rozważań.

Bez względu na liczbę wszystkie agenty w systemie są identycznymi klonami. Oznacza to, że funkcja przejścia  $\varphi_\alpha$  i funkcja recepcji  $\rho_\alpha$  jest jednakowa dla każdego agenta. Rzecz jasna każdy agent ma odrębny wektor stanu, którego elementy nie zależą od stanu innych agentów. Obserwowane w kontekście całego systemu agenty mogą różnić się jedynie swoim stanem, nie posiadają bowiem żadnej zmiennej przyjmującej unikalne wartości dla każdego agenta. Numeracja agentów za pomocą indeksów ze zbioru  $I_A$  jest wyłącznie zabiegiem formalnym i służy porządkowaniu zapisu matematycznego, nie jest natomiast dostępna obserwacjom. Z tego też względu agenty o identycznych wektorach stanu są od siebie nieodróżnialne i dla obserwatora zewnętrznego

przedstawiają jeden i ten sam obiekt. Co więcej, jeśli dowolne dwa agenty wymieniają się swoimi stanami, obserwator zmiany tej nie zauważy.

Odmienne problem odróżniania agentów przedstawia się z perspektywy dynamiki systemu. Funkcje środowiska  $\varphi_E$  oraz  $\lambda$  posiadają wśród swoich argumentów stan zbioru agentów wyrażony macierzą  $\mathbf{A}$ . Kolumny tej macierzy reprezentują wektory stanów poszczególnych agentów. Rozróżnianie agentów sprowadza się więc do rozróżniania kolumn macierzy  $\mathbf{A}$  przez funkcje  $\varphi_E$  oraz  $\lambda$ .

Niech  $\pi\mathbf{A}$  oznacza rezultat zastosowania dowolnej permutacji  $\pi$  określonej na zbiorze indeksów  $I_A$  do kolumn macierzy stanu zbioru agentów  $\mathbf{A}$  w danym systemie  $\mathbf{S}$ . Jeżeli dla każdej permutacji i każdego  $\mathbf{e} \in \Omega_E$  oraz  $\mathbf{a} \in \Omega_\alpha$  spełnione jest:

$$\varphi_E(\mathbf{e}, \pi\mathbf{A}) = \varphi_E(\mathbf{e}, \mathbf{A}) \quad \text{i} \quad \lambda(\mathbf{e}, \pi\mathbf{A}, \mathbf{a}) = \lambda(\mathbf{e}, \mathbf{A}, \mathbf{a}) \quad (3.32)$$

to system  $\mathbf{S}$  będzie nazywany *nierozróżniającym*. W przeciwnym wypadku system będzie określany jako *rozróżniający*. W systemie nierozróżniającym wzajemna zamiana stanów dowolnej pary agentów nie wpływa na zachowanie systemu i pozostaje niezauważona przez środowisko. Z kolei w systemie rozróżniającym zamiana taka może wywołać reakcję środowiska pod warunkiem, że stany agentów w parze są różne. Cecha rozróżniania dotyczy jedynie wpływu porządku w zbiorze agentów na dynamikę systemu, nie pozwala natomiast na odróżnienie agentów o identycznych stanach.

Analizując system multiagentowy jako całość należy podkreślić znaczenie środowiska systemu, które pełni kluczową rolę medium transmisji bodźców, zarówno tych docierających z zewnątrz, jak i tych, które są wynikiem współoddziaływania agentów. Jest to ośrodek koordynujący funkcjonowanie agentów i pośredniczący w oddziaływaniach między nimi a otoczeniem systemu. Równoległe środowisko posiada też swoją własną dynamikę wynikającą z iterowania jego funkcji przejścia.

Charakterystyczne dla konstrukcji systemu jest, że każdy agent wymienia informację wyłącznie ze środowiskiem przekazując do niego swój stan i pobierając stamtąd lokalnie panujące warunki. Z punktu widzenia agenta fakt istnienia pozostałych jego klonów nie wnosi jawnie nic nowego do jego zachowania, które pozostaje takie samo niezależnie od tego, czy funkcjonuje on samotnie czy też w towarzystwie innych agentów. Różnica między tymi sytuacjami polega na tym, że ze strony środowiska agent ten poddawany jest innym lokalnym wpływom przenoszącym w sobie ślad obecności wszystkich elementów systemu.

Wśród analogii między MACS a systemami biologicznymi, oprócz wymienionych wcześniej, znajduje się również podobna interpretacja zmiennych stanu systemu jako zmiennych wejściowych i wyjściowych. W istocie interpretacja ta jest niejednoznaczna i każda zmienna stanu agenta czy środowiska może pełnić funkcję wejścia albo wyjścia systemu. Podział na zmienne wejściowe i wyjściowe nie jest w żaden sposób ujęty w architekturze systemu i pozostaje wyłącznie kwestią umowną. Odpowiada to rzeczywistości

biologicznej, w której jeden sygnał może nieść informację zarówno w kierunku środowisko-agent, jak i w kierunku przeciwnym.

Przykładem jest międzykomórkowa komunikacja humoralna w organizmach zwierzęcych oparta na przekazywaniu bodźców za pomocą substancji chemicznych. Ta sama substancja może stanowić sygnał kierowany do komórki (stężenie tej substancji przy błonie komórkowej pełni rolę zmiennej wejściowej agenta) i jednocześnie może być przez komórkę produkowana lub rozkładana (ta sama wielkość fizyczna staje się zmienną wyjściową agenta). Relatywizm wejścia i wyjścia w systemach biologicznych wynika stąd, iż organizmy żywe nie stanowią układów przetwarzających dane zewnętrzne według zadanego algorytmu, lecz są zespołami elementów wielokierunkowo wymieniającymi między sobą informacje w celu utrzymania spójności całej struktury i koordynowania współpracy wszystkich części ustroju. Podobnie MACS nie posiadają jednoznacznego celu przetwarzania danych naśladując pod tym względem złożone organizmy żywe. Funkcje determinujące dynamikę agentów i środowiska nie przeprowadzają sygnału wejściowego w wyjściowy, lecz przekształcają iteracyjnie punkt w przestrzeni stanów systemu na inny punkt w tej samej przestrzeni.

Agent systemu multiagentowego nie posiada wbudowanej pamięci stanów minionych, jego dynamika przypomina pod tym względem proces algorytmiczny. Aby agent mógł przechowywać informację o wartościach zmiennych stanu z przeszłości, musi wykorzystać w tym celu fragment swojego wektora stanu. Pewien podzbiór tego wektora może być interpretowany jako pamięć, natomiast obsługa tej pamięci związana z aktualizowaniem jej zawartości w kolejnych krokach ewolucji systemu jest zadaniem funkcji przejścia agenta lub jego funkcji recepcji.

Przenoszący oddziaływania między środowiskiem i agentami wektor reakcji lokalnej ma taką samą postać, jak wektor stanu agenta. Oznacza to, że jego elementy mogą podlegać takiej samej interpretacji, jak odpowiednie elementy wektora stanu agenta. Jest to znamienna cecha konstrukcji systemu multiagentowego sprawiająca, że agent jest zdolny jedynie do recepcji takiego samego zbioru zmiennych, jak zbiór opisujący jego własny stan. Z perspektywy agenta obserwującego otoczenie oznacza to, że wszystkie twory, wśród których jest zanurzony, a więc pozostałe agenty oraz środowisko systemu, postrzegane są łącznie jako pojedynczy agent zbudowany identycznie, jak obserwator. Innymi słowy zewnętrzny świat agenta jest przez niego odbierany jako pewien obraz jego samego. Podobna uwaga dotyczy także środowiska całego systemu.

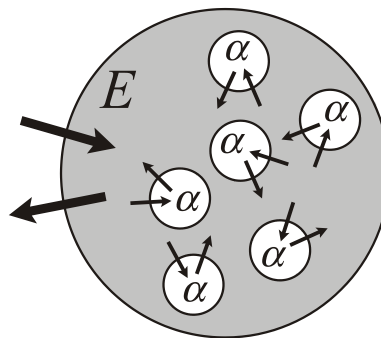
Systemy multiagentowe w koncepcji autora tej rozprawy różnią się istotnie pod względem charakterystyki zachowań agentów od systemów multiagentowych w dotychczasowym rozumieniu informatycznym. Te ostatnie zakładają bowiem wyraźną celowość działania agentów i całego systemu. Agenty rozproszonego systemu informatycznego specjalizują się w realizowaniu ściśle określonych funkcji zapewniających efektywność ich współdziałania w dążeniu do osiągnięcia zadanego celu. Agenty takie często wyposażane są w cechy sztucznej inteligencji pozwalające im uczyć się i przystosowywać do warunków ich funkcjonowania, a nawet opracowywać strategię współpracy [Sen1997].

Z kolei systemy MANCS i MACS opisywane w tej pracy rezygnują z takiego podejścia na rzecz nieukierunkowanej złożoności zachowania. Dynamika agentów opisywana jest językiem przekształceń matematycznych, nie zaś instrukcjami algorytmów. Brak określonego celu ewolucji systemu nie stanowi zdecydowanej wady, lecz dostarcza interesującego obiektu studiów badaczowi zachowania systemów złożonych. Ponadto odejście od podporządkowania systemu pewnym nadrzędnym celom działania stwarza możliwość ujawnienia się cech chaosu deterministycznego w dynamice agentów lub ich środowiska.

Brak założonej a priori celowości multiagentowych systemów chaotycznych lub niechaotycznych może być interpretowany jako ich usterka, zwłaszcza w zestawieniu z informatycznymi systemami multiagentowymi. Należy jednak pamiętać, że MANCS i MACS stanowią jedynie narzędzie przeznaczone do modelowania złożonych zjawisk przyrodniczych, nie oczekując miana systemów przetwarzania danych. Jest to kolejna analogia do biologicznego pierwowzoru organizmów żywych, powstałego w drodze nieukierunkowanej ewolucji systemów biochemicznych złożonych z elementów, których celowość funkcjonowania można oceniać dopiero a posteriori, obserwując gotowy efekt długotrwałej filogenezy.

### 3.6 Systemy hiperagentowe

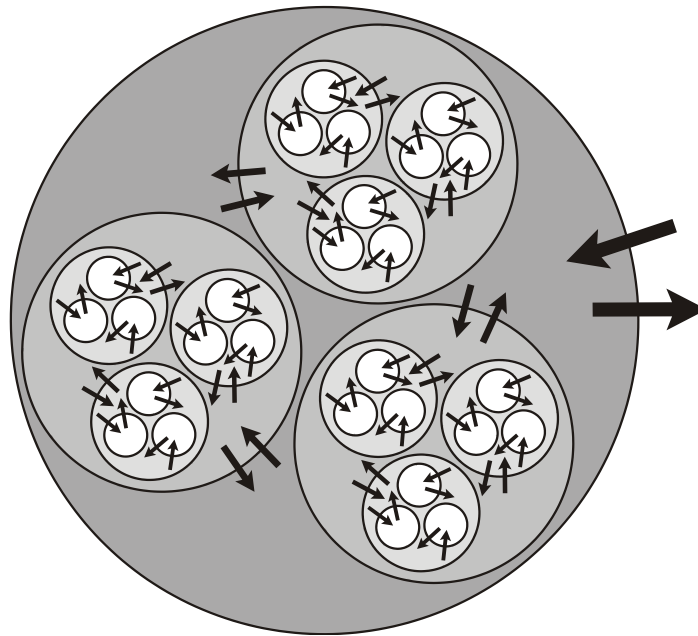
Struktura organizacji systemu multiagentowego posiada dwa zasadnicze poziomy połączone pewnego rodzaju relacją hierarchii. Poziom wyższy stanowi pojedyncze środowisko komunikujące się ze światem zewnętrznym. Poziom niższy stanowią zanurzone w środowisku mnogie agenty komunikujące się z kolei z poziomem wyższym. Graficznie strukturę taką ilustruje rys. 3.4.



Rys. 3.4. Struktura organizacji systemu multiagentowego

Oba poziomy struktury posiadają cechy wspólne, mianowicie przyjmują pewien stan, prezentują własną dynamikę oraz reagują na bodźce docierające z otoczenia. Matematyczne podobieństwo obu poziomów wyraża się tym, że zarówno środowisko, jak i agenty dysponują własnym wektorem stanu, funkcją przejścia i funkcją recepcji. Wykorzystując powyższe podobieństwo oraz rozwijając ideę zaproponowaną w rozdziale drugim można przedstawić perspektywę rozbudowy systemu w samopodobną organizację wielopoziomową, czyli system hiperagentowy.

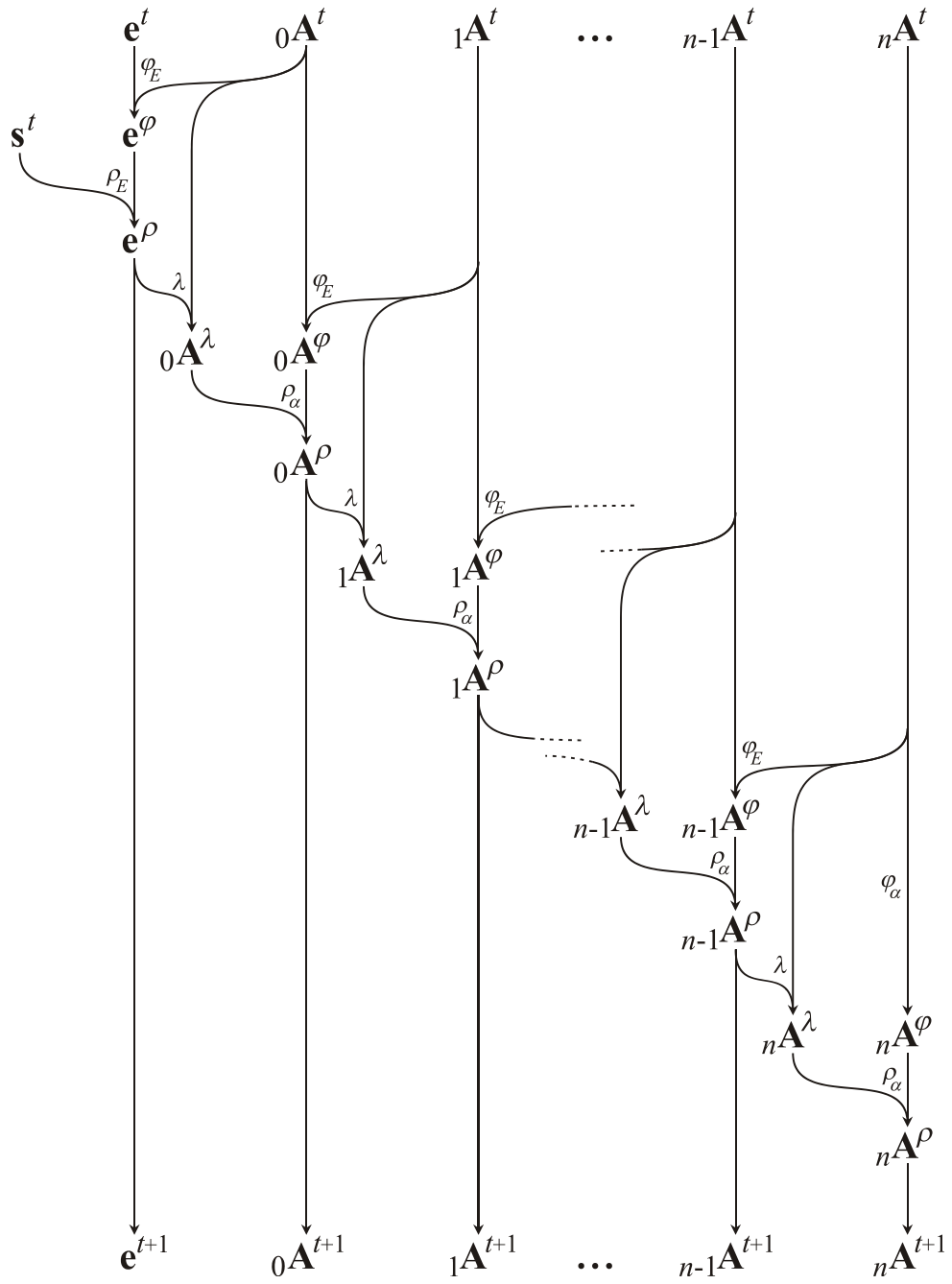
Jedynym niezbędnym zabiegiem formalnym, umożliwiającym zagnieżdzenie jednego systemu multiagentowego w drugim, jest utożsamienie środowiska systemu na niższym poziomie hierarchii z pojedynczym agentem systemu wyższego poziomu. Jest to zabieg prosty do przeprowadzenia, wymagający upodobnienia funkcji przejścia agenta wyższego poziomu do funkcji przejścia środowiska niższego poziomu. Rolę wektora stanu agenta nadrzędnego pełniłby wówczas wektor stanu środowiska podrzędnego. Dzięki temu cały system multiagentowy mógłby stać się pojedynczym agentem większego systemu, przy czym ilość poziomów zagnieżdżenia może być dowolna. Przykładową strukturę takiej organizacji przedstawia rys. 3.5.



Rys. 3.5. Struktura organizacji systemu hiperagentowego

Powiązania dynamiczne elementów systemu hiperagentowego dają się dobrze zestawiać w wielopoziomowe sekwencje budujące złożony krok iteracji takiego systemu zilustrowany za pomocą grafu na rys. 3.6. Pozostawiono na nim dotychczasowe oznaczenia, dodatkowe indeksy przy symbolach zbioru agentów oznaczają natomiast poziom zagnieżdżenia danego zbioru.

Systemy hiperagentowe, jak już zostało to omówione w rozdziale drugim, mogą stanowić bardzo mocne narzędzie modelowania wielopoziomowo złożonych systemów przyrody, takich jak organizmy żywe lub ich społeczności. Hiperagentowe systemy chaotyczne, będące samopodobnym strukturalnie odpowiednikiem MACS, mogą otworzyć także rozległy obszar badań nad zbiorowymi zachowaniami chaotycznymi. Z tych też powodów rozwijanie wprowadzonej w niniejszej rozprawie koncepcji systemów hiperagentowych będzie stanowiło przedmiot dalszej działalności badawczej autora.



Rys. 3.6. Graf zależności dynamicznych pojedynczej iteracji w systemie hiperagentowym o  $n$  podpoziomach



## 4. Modele biomedyczne i populacyjne

### 4.1 Wprowadzenie

Na wstępie rozważań nad przykładami zastosowania multiagentowych systemów chaotycznych do modelowania zjawisk przyrody ożywionej warto przypomnieć zasadnicze cechy charakteryzujące te systemy, zebrane w podrzdziale 3.5, omawiając je tym razem w kontekście analogicznych cech reprezentowanych przez twory biologiczne.

- *Zwielokrotniona struktura.* W świecie biologii występowanie struktur powielonych jest cechą powszechną, przy czym odróżnić trzeba dwa rodzaje takiej złożoności, funkcjonalną i konstrukcyjną. Ta ostatnia dotyczy budowy makrocząsteczek organicznych oraz ponadcząsteczkowych agregatów, z jakich składają się obiekty biologiczne. Obecność zwielokrotnionych kopii pojedynczych elementów budulcowych pozwala na przykład wytworzyć w drodze samoorganizacji duże struktury, takie jak błona komórkowa czy retikulum endoplazmatyczne. Innym przykładem złożoności konstrukcyjnej są łańcuchowe makrocząsteczki białek lub kwasów nukleinowych, zbudowane również z elementów zwielokrotnionych, choć występujących w różnych wariantach. Z punktu widzenia badania dynamiki systemów biologicznych ważniejsza jest jednak złożoność funkcjonalna polegająca na zwielokrotnieniu elementów aktywnych pełniących wspólnie pewne funkcje, takich jak mitochondria w komórce, leukocyty w układzie immunologicznym czy mrówki w kolonii tych owadów.
- *Iteracyjna dynamika.* Powielanie struktur biologicznych odbywa się w sposób iteracyjny. Dotyczy to takich fundamentalnych procesów, jak synteza makromolekuł białek i kwasów nukleinowych czy rozmnażanie się komórek. Iteracje tego rodzaju są kontrolowane przez odpowiedni program genetyczny zapisany w DNA lub RNA komórki. Oprócz reprodukcji struktur iteracyjny charakter mają też przemiany metaboliczne zachodzące w komórkach, złożone z reakcji powiązanych w zamknięte cykle. Najbardziej spektakularnym przejawem iteracyjnej dynamiki systemów biologicznych są procesy organogenezy oparte zasadniczo na powtarzanym schemacie podziału i różnicowania komórek.

Powtarzanie tego wzorca rozwojowego, omówionego wcześniej w podrozdziale 2.1, prowadzi do powstawania samopodobnych tworów biologicznych oraz kształtuje ich dynamikę, zwłaszcza w odpowiedzi na zmieniające się warunki otoczenia. Istnieje również cały szereg procesów biologicznych o iteracyjnej dynamice, obserwowanych w dużych skalach osobniczych i ponadosobniczych, w których jako przykłady pojedynczych iteracji można wymienić uderzenie serca, dobowy cykl hormonalny, sekwencję pór roku czy jedno pokolenie organizmów.

- *Medium komunikacji wewnętrznej.* Wspólną cechą organizmów biologicznych na wszystkich poziomach złożoności strukturalnej jest obecność pewnego środowiska transmitującego informację w obrębie organizmu lub zbiorowości organizmów. W skali komórkowej jest to cytoplazma zamknięta wewnątrz błony lipidowej stanowiąca ośrodek dyfuzji różnorodnych sygnałów biochemicznych. Analogiczną funkcję w przypadku tkanek pełni płyn międzykomórkowy. W skali całego organizmu istnieje bardziej złożony system wymiany bodźców między jego elementami, który u najbardziej skomplikowanych zwierząt składa się z układu krwionośnego i obwodowego układu nerwowego scalonych w jeden system komunikacji neurohumoralnej. Wreszcie o środowisku wzajemnej komunikacji można także mówić w przypadku zbiorowości organizmów porozumiewających się ze sobą za pomocą sygnałów chemicznych, akustycznych czy optycznych.
- *Sprzężenia zwrotne.* Organizmy biologiczne wykorzystują cały szereg sprzężeń zwrotnych biorących udział w sterowaniu funkcjami fizjologicznymi ustroju. Wśród klasycznych przykładów takich sprzężeń wymienić można liczne szlaki hormonalne oparte na regulacji wydzielania substancji dokrewnych za pomocą hormonów tropowych. Ujemne sprzężenia zwrotne obecne w takich układach umożliwiają stabilizację stężenia hormonów w osoczu i utrzymanie homeostazy pewnych parametrów fizjologicznych, dodatnie sprzężenia z kolei wyzwalają niektóre reakcje decydujące o gwałtownej zmianie stanu organizmu lub zawiadujące cyklami fizjologicznymi. W rzeczywistości organizmy złożone, takie jak ssaki, wykorzystują skomplikowane i wzajemnie powiązane łańcuchy sprzężeń sterujące funkcjami ustroju na wielu poziomach, od ośrodkowego układu nerwowego aż po narządy docelowe. Podobnie systemy sprzężeń zwrotnych regulują biochemiczne funkcje komórek na poziomie molekularnym oraz kształtują stan całych populacji i ekosystemów.
- *Szlak recepcji bodźców zewnętrznych.* Jedną z cech uznawanych za klasyczny element definicji życia biologicznego jest zdolność organizmów do reagowania na bodźce otoczenia i adaptacji do zmiennych warunków środowiskowych. Począwszy od najprostszych form życia ewolucja wyposażała organizmy w szereg mechanizmów recepcji sygnałów o różnej naturze fizycznej lub chemicznej. U bardziej złożonych organizmów równolegle z receptorami powstały systemy transmisji i dystrybucji bodźców w obrębie ustroju. Odbieranie i przetwarzanie sygnałów daje się obserwować także w skali ponadosobniczej,

gdzie całe populacje komunikują się ze sobą oraz reagują na różne sytuacje zachodzące w ich środowisku.

- *Zachowania chaotyczne.* Obecność chaosu w dynamice systemów biologicznych jest zjawiskiem powszechnym we wszystkich skalach złożoności i poziomach obserwacji organizmów żywych. Na poziomie molekularnym można dostrzec dynamikę chaotyczną wśród złożonych reakcji biochemicznych, wielokrotnie odtwarzaną doświadczalnie. W skali pojedynczych organizmów cechy chaosu ujawniają się zarówno w aspekcie czynnościowym, w dynamice reakcji bądź cykli fizjologicznych, jak i w aspekcie strukturalnym, w morfologii tkanek i narządów. Również przechodząc na populacyjny i ekosystemowy poziom analizy zaobserwować można chaos deterministyczny wśród interakcji między osobnikami jednego lub wielu gatunków, także będący jedną z pierwszych inspiracji w badaniach prowadzonych na gruncie teorii chaosu.

Wymienione powyżej cechy systemów biologicznych zbieżne z właściwościami MACS czynią z tych ostatnich obiecujące narzędzie modelowania zjawisk biologicznych. Zanim jednak można będzie stworzyć przykładowe modele, należy rozważyć, w jakich przypadkach użycie MACS w postaci zaproponowanej w rozdziale 3 może być utrudnione lub nie przynieść oczekiwanych rezultatów. Warto w tym celu zwrócić uwagę na wewnętrzną organizację i sterowanie funkcjami różnych tworów biologicznych poszukując w nich sterowania rozproszonego i struktury multiagentowej. Układy, w których pomijając specjalizację nie można dobrze określić pierwowzoru agenta lub odnaleźć silnie wyrażonego rozproszonego wzorca sterowania, nie będą dobrymi systemami przedmiotowymi modeli MACS lub będą wymagały rozbudowania koncepcji systemu multiagentowego. Takim układem stwarzającym problemy przy budowaniu modeli multiagentowych jest pojedyncza komórka.

Obecny stan wiedzy nie pozwala jeszcze na pełne określenie roli, jaką pełnią poszczególne organelle komórkowe, jak również znajdujące się w ich obrębie związki organiczne. Mimo to wiadome jest, że w sterowaniu oraz realizacji funkcji fizjologicznych komórki bierze udział szereg różnych substancji o odmiennej budowie i właściwościach, między innymi aminokwasy, cukry, tłuszcze, kwasy nukleinowe oraz kompleksy tych substancji występujących osobno lub powiązanych ze sobą w różnych konfiguracjach. Postępy w dziedzinie genetyki i biologii molekularnej dowodzą, że nadrzędnym mechanizmem kontrolującym czynności komórki złożonych organizmów, takich jak ssaki, jest jej materiał genetyczny wraz ze skomplikowanym aparatem ekspresji genów. Ponieważ typowa komórka eukariotyczna posiada jedno jądro, a w nim jeden zdwojony zestaw informacji genetycznej, można oczekiwać, że koordynacja funkcji komórki ma charakter scentralizowany. Z drugiej strony jednak te same dziedziny nauki dostarczają argumentów wskazujących, że czynnikiem decydującym o stanie komórki i jej czynnościach są raczej skomplikowane interakcje materiału genetycznego i wielu typów biomolekuł pochodzących z różnych źródeł, a nie sama sekwencja instrukcji zapisana w programie genetycznym jądra. Genom komórki eukariotycznej przestaje być postrzegany jako centralny programator uruchamiający poszcze-

gólne jej funkcje, staje się natomiast wyodrębnionym magazynem informacji, do której dostępem zarządzają liczne układy biochemiczne rozproszone w całej komórce.

Budowanie modeli komórki wymaga zatem w aspekcie strukturalnym uwzględnienia dużej liczby niezależnych, odmiennych elementów, zaś w aspekcie funkcjonalnym wprowadzenia złożonych interakcji pomiędzy elementami różnych typów. Jest to duże wyzwanie dla modeli multiagentowych, ponieważ wymaga znacznego wzbogacenia możliwości oddziaływania agentów ze sobą. Jeżeli przyjąć, że pojedynczy agent odpowiadałby w takich modelach pojedynczej cząsteczce biochemicznej, wówczas cały system musiałby modelować tak skomplikowane zachowania, jak na przykład rozpad jednego agenta pod wpływem innego na dwa mniejsze agenty o zupełnie nowych własnościach lub łączenie się kilku agentów w jednego superagenta.

Z powyższych względów konieczna jest bądź rozbudowa koncepcji systemu multiagentowego, bądź identyfikacja innych elementów, fizycznych lub logicznych, pełniących bardziej tradycyjną rolę agentów w modelu komórki. Zawężenie modelowanego zakresu czynności komórki, jakkolwiek prowadzące do uproszczenia modelu, nie jest zadowalającym rozwiązaniem ze względu na silne powiązania wielu funkcji uniemożliwiające odseparowanie jednego szlaku metabolicznego od reszty przemian biochemicznych. Ponadto wydaje się celowe uwzględnienie w modelu podstawowych elementów strukturalnych i funkcjonalnych komórki, jakimi są pojedyncze cząsteczki białek, kwasów nukleinowych i innych biologicznie ważnych substancji. Dlatego więc należy poszukiwać metody wzbogacenia zachowań agentów i dostosowania możliwości systemów multiagentowych do wysokich wymagań stawianych ambitnemu modelowi tak złożonego obiektu, jakim jest komórka eukariotyczna. Podobne rozważania dotyczą także komórek bezjądrzastych, których funkcje są równie złożone pomimo braku wyraźnego centrum informacji genetycznej, jakim jest jądro komórkowe.

Wykorzystanie MACS jako modeli komórek biologicznych napotyka zatem przeszkody związane ze specyfiką konstrukcji samego systemu multiagentowego, w mniejszym natomiast stopniu wynikające z centralizacji sterowania czynnościami komórki. Owa centralizacja ma charakter jedynie częściowy i nie redukuje znaczenia rozproszonego przetwarzania materii i energii w komórce. Na wyższych niż komórkowy poziomach organizacji sterowanie rozproszone jest w istocie dominującym wzorcem koordynacji funkcji organizmów lub ich zbiorowości. Jest to konsekwencja ewolucyjnej tendencji zwielokrotniania jednostkowych tworów wymuszonej przez ograniczenia fizykochemiczne nałożone na zjawiska transportu i komunikacji biologicznej. O ile można szybko i efektywnie sterować pojedynczą komórką w mikroskali, gdzie niewielkie odległości umożliwiają oparcie wielu procesów transportu na mechanizmie dyfuzji, o tyle nie da się zbudować dużego organizmu o masie rzędu kilogramów złożonego z monolitycznej struktury przypominającej powiększoną komórkę prezentującą ogromne zróżnicowanie elementów dostosowanych molekularnie do pełnionych funkcji. Synchronizacja czynności takiej gigantycznej komórki wymagałaby szybkiego przekazywania informacji na makroskopowe odległości, co z kolei wymuszałoby powstanie również makroskopowych kanałów komunikacji. Podobnie kwestia zapewnienia nie-

zbędnej wytrzymałości mechanicznej czy zdolności termoregulacji oraz inne problemy narastające podczas skalowania mikroorganizmu do wymiarów przekraczających kilka rzędów wielkości wymiary pierwotne zmusiły ewolucję biologiczną do podążania innym torem. Jediną metodą konstrukcji dużych organizmów jest powielenie całych komórek i następująca ich specjalizacja.

Tendencja powielania tworów biologicznych, wielokrotnie już przywoływana w tej rozprawie, czyni z organizmów złożonych i ich zbiorowości obiekty, których modele można konstruować metodami multiagentowymi. Dalsze rozważania skupione będą właśnie na tych ponadkomórkowych złożonych obiektach. Należy zaznaczyć, że poniżej przedstawiony punkt widzenia to jedynie zarysowane przez autora propozycje modeli systemów biologicznych, których realizacja, eksploracja i weryfikacja poprawności wymagać będą dalszych prac i przeprowadzenia szeregu eksperymentów symulacyjnych.

## 4.2 Organizmy wielokomórkowe

Organizmy wielokomórkowe z punktu widzenia systematyki biologicznej należą do jednej z trzech najwyższej rangi jednostek taksonomicznych, zwanej domeną *Eukarya*. Należą do niej organizmy posiadające błoniaste organelle komórkowe, w tym jądra komórkowe, w przeciwieństwie do pozbawionych odrębnych organelli przedstawicieli domen *Bacteria* i *Archaea*. Podczas gdy obie ostatnie domeny zawierają tylko stworzenia jednokomórkowe, domena eukariotyczna obejmuje zarówno organizmy jednokomórkowe, wielokomórkowe, jak i kolonijne, zgrupowane w cztery królestwa pierwotniaków, roślin, grzybów i zwierząt. Rozważając organizmy wielokomórkowe należy zatem mieć na myśli ustroje złożone z komórek eukariotycznych.

W przypadku organizmów wielokomórkowych wskazanie elementu pełniącego funkcję agenta w modelu multiagentowym jest łatwe. Rolę tę pełni pojedyncza komórka będąca podstawową jednostką budulcową i czynnościową ustroju. Wszystkie komórki składające się na organizm są identyczne pod względem genetycznym. Wyjątkiem są komórki rozrodcze zawierające genom zdecydowanie różny od genomu organizmu macierzystego, a także niektóre wyspecjalizowane komórki, w tym limfocyty układu immunologicznego zawierające zdolność rozpoznawania ogromnej liczby antygenów subtelnymi odmiennosćmi genetycznymi. Komórki dojrzałych złożonych organizmów powstają w trakcie rozwoju osobniczego z jednej komórki macierzystej, co sprawia, że wszystkie dziedziczą tę samą informację genetyczną, dysponują jednakowymi mechanizmami metabolicznymi i obdarzone są identycznymi możliwościami specjalizacji. To właśnie proces różnicowania jednakowych komórek macierzystych w wyspecjalizowane tkanki umożliwił powstanie organizmów o rozmiarach makroskopowych. Proces ten jest uwarunkowany selektywną aktywacją lub unieczynnianiem fragmentów informacji genetycznej i jest przynajmniej w pewnym podstawowym zakresie zjawiskiem odwracalnym, o czym świadczą w naturalny sposób możliwości regeneracyjne ustroju, jak i procesy onkogenezy.

Przyjęcie pojedynczej komórki jako pierwowzoru agenta w modelu multiagentowym organizmu wielokomórkowego wydaje się zatem uzasad-

nione. Agent tego rodzaju posiadałby taki sam zestaw zmiennych stanu oraz wykazywał potencjalnie taką samą dynamikę, jak pozostałe agenty systemu. Biorąc pod uwagę, że komunikacja komórki z jej otoczeniem z pominięciem nielicznych wyjątków ma charakter chemiczny, można zaproponować interpretację zmiennych stanu agenta jako stężeń różnych substancji przy zewnętrznej powierzchni błony komórkowej. Postać funkcji przejścia agenta decydować będzie w takim wypadku, czy dany czynnik jest przez komórkę produkowany czy rozkładany. Od funkcji przejścia środowiska oraz funkcji reakcji lokalnej zależeć będzie, czy określona zmienna stanu agenta reprezentuje substancję transportowaną przez środowisko, rozkładaną bądź przeciwnie, dostarczaną w pobliże komórki. Wreszcie funkcja recepcji agenta będzie określać, czy komórka dysponuje receptorem danej substancji i reaguje na jej obecność w bezpośrednim otoczeniu. Niezależność wymienionych czterech funkcji systemu wiąże się z brakiem jednoznacznego podziału czynników na produkowane i rozpoznawane przez komórkę, czemu odpowiada brak jednoznacznego podziału zmiennych stanu agenta na wejściowe i wyjściowe, omówiony wcześniej w podrozdziale 3.5.

Odpowiednikiem różnicowania się komórek w takim modelu może być proces dynamicznego wyboru zmiennych stanu wpływających na zachowanie agenta podczas ewolucji systemu multiagentowego. Podobnie, jak ma to miejsce w organizmach żywych, stan agenta wpływa na sposób przetwarzania jego zmiennych stanu przez wszystkie zaangażowane w to funkcje systemu, gdyż jest jednym z ich argumentów. Zmiennym stanu reprezentującym produkowane lub wiązane przez komórkę substancje można przyporządkować inne zmienne interpretowane jako wydajność produkcji lub siła powinowactwa do tych substancji. Te dodatkowe zmienne pełniłyby wówczas rolę wag, z jakimi funkcje dynamiki agenta i środowiska brałyby pod uwagę wartości innych zmiennych stanu. Jeśli w wyniku specjalizacji komórka ma rozpocząć wydzielanie danej substancji, skojarzona z nią waga wykorzystywana przez funkcję przejścia agenta będzie wzrastać. Analogicznie jeśli proces różnicowania wiąże się z ekspresją receptorów pewnego czynnika, zwiększeniu ulegnie odpowiednia waga wykorzystywana przez funkcję recepcji agenta. O zmianach samych wag decydować będą również te same funkcje przejścia i recepcji, dzięki czemu produkcja danego związku lub uwrażliwienie komórki na określony czynnik może zachodzić w odpowiedzi na bodziec ze strony środowiska tak, jak ma to miejsce w ustrojach biologicznych.

Brak jawnie wyrażonej celowości zachowania agenta dobrze odzwierciedla sposób funkcjonowania komórek organizmu. Komórki, jakkolwiek wysoko zróżnicowane i prezentujące bardzo odmienne zachowania, nie kierują się w swojej fizjologii wyznaczonym z góry celem. Przeciwnie, ich zachowanie jest raczej zbiorem reakcji na zmieniające się warunki środowiska, w kształtowaniu których same także biorą udział. Zmiana tych warunków, niekiedy bardzo subtelna, jak na przykład podczas embriogenezy, może przełączać metabolizm komórki i kierować ją na określony tor specjalizacji. Powstanie tkanek i narządów, pełniących z punktu widzenia obserwatora ściśle określone i celowe funkcje, jest rezultatem współdziałania wielu komórek wykonujących elementarne czynności, zgrupowanych w pewien uporządkowany sposób. Owo uporządkowanie jest wynikiem długotrwałej ewolucji, toczącej się drogą

licznych prób, a niekiedy wkraczającej także w ślepe zaułki, której ślady można obserwować w postaci organizmów lub ich narządów o niższym stopniu organizacji. Stanowisko takie, będące biologicznym odpowiednikiem słabej zasady antropicznej w fizyce, kładzie nacisk na nieukierunkowany charakter ewolucji, która z czasem prowadzi do powstania obserwatorów zdolnych do badania życia biologicznego i konstruowania jego modeli. Dzięki przyjęciu wspomnianej zasady możliwe staje się wykorzystanie w konstrukcji modeli również nieukierunkowanych systemów multiagentowych zawierających agenty pozbawione jednoznacznie określonego celu działania.

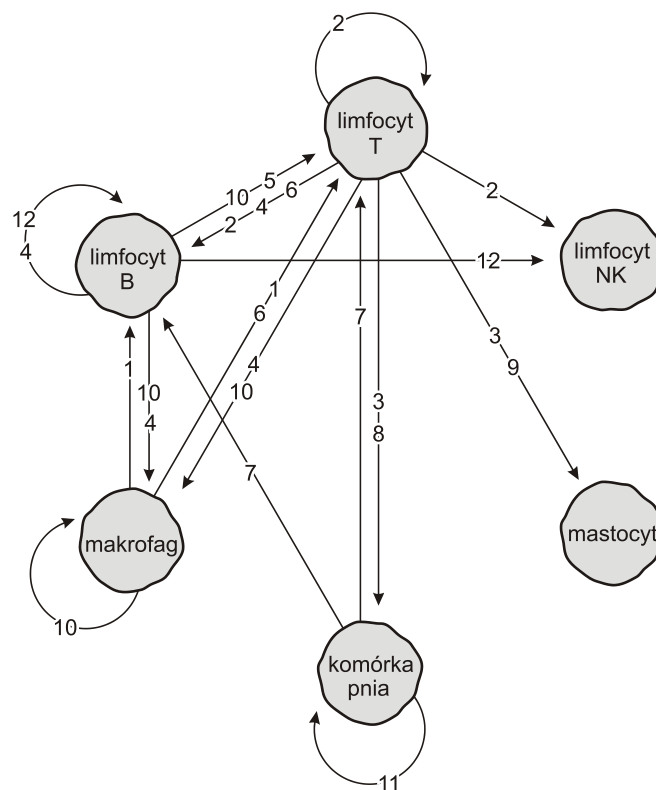
Autonomia agentów założona w systemach MACS także odpowiada autonomii komórek w organizmach wielokomórkowych. W złożonym ustroju biologicznym zasadniczym poziomem organizacji, na jakim podejmowane są decyzje najsilniej wpływające na zdolność organizmu do samodzielnego życia, jest pojedyncza komórka. Obecność wyspecjalizowanych systemów koordynujących, takich jak układ nerwowy, nie zastępuje owego rozproszonego modelu sterowania, a jedynie wzbogaca go w komponenty służące precyzyjnemu dostrajaniu poszczególnych funkcji organizmu. Pomimo działalności systemów koordynujących każda komórka indywidualnie decyduje o rozpoczęciu lub zatrzymaniu pewnej czynności, do której wykonywania jest przystosowana. Dzięki temu kluczowe dla zachowania życia organizmu procesy, jak na przykład odżywanie, detoksykacja, regeneracja czy obrona przed inwazją, zachodzą autonomicznie, bez udziału wyższych systemów kontroli, w odpowiedzi na występujące w danym miejscu i czasie warunki.

Duże organizmy wielokomórkowe o wysokim stopniu rozwoju ewolucyjnego są oczywiście silnie przystosowane do funkcjonowania w warunkach precyzyjnie zestrojonej współpracy niektórych tkanek i narządów. Nawet niewielkie zaburzenie tej współpracy może uniemożliwić organizmowi samodzielne życie, także wówczas, jeżeli ograniczone jest do jednej, krytycznej tkanki czy narządu. Jest to cena, jaką złożone organizmy muszą płacić za wysoki stopień specjalizacji. W przeciwieństwie do nich organizmy prostsze i mniej wyspecjalizowane są zdolne przeżyć nawet znaczną utratę funkcji tkanek, między innymi dzięki zwielokrotnieniu i rozproszeniu elementów pełniących te funkcje.

Podsumowując powyższe rozważania należy stwierdzić, że za pomocą MACS można przede wszystkim modelować czynności organizmów wielokomórkowych realizowane przez komórki nie podlegające ścisłemu sterowaniu przez nadrzędne systemy koordynacji. Funkcje tych komórek, mimo że decydujące dla zapewnienia przeżycia, nie wymagają bezpośredniej centralnej kontroli, przeciwnie zaś, opierają się na rozproszonym modelu współpracy. Warto podać przykłady z zakresu fizjologii organizmów, które mogą stanowić systemy przedmiotowe takich modeli.

- *Układ immunologiczny.* Jedną z podstawowych funkcji układu immunologicznego jest odpowiedź na inwazję patogenu, przybierająca postać reakcji zapalnej. Czynnikiem wywołującym tę klasyczną odpowiedź może być antygen obcego pochodzenia, ale także uszkodzenie tkanki lub reakcja autoimmunologiczna. W rozwój reakcji zapalnej zaangażowany jest cały szereg komórek wywodzących się z układu limfatycznego

i wyspecjalizowanych w pełnieniu odmiennych czynności. Pomimo różnic komórki te posiadają wspólne cechy oraz wspólny system komunikacji. W wymianie sygnałów pomiędzy limfocytami, komórkami fagocytycznymi, komórkami prezentującymi antygen, leukocytami krwi i prekursorami wszystkich tych komórek bierze udział między innymi system substancji przekazywanych zwanych interleukinami. Komórki biorące udział w reakcji zapalnej wydzielają różne interleukiny oraz same reagują na ich obecność. Modelowanie reakcji zapalnej wymaga wzięcia pod uwagę tego systemu komunikacji, zobrazowanego poglądowo na rys. 4.1, jak również procesów dojrzewania, różnicowania i aktywacji poszczególnych linii komórkowych. Uzyskanie funkcjonalnych modeli zapalenia może być bardzo pożądane z punktu widzenia medycyny klinicznej z uwagi na rosnącą potrzebę opracowania skutecznych metod leczenia chorób, których patomechanizm jest ściśle związany z reakcją zapalną, takich jak astma, alergie, choroby reumatyczne, schorzenia tkanki łącznej, a także miażdżyca, cukrzyca czy choroby degeneracyjne układu nerwowego.



Rys. 4.1. Uproszczony schemat komunikacji pomiędzy wybranymi komórkami biorącymi udział w reakcji zapalnej. Strzałki oznaczają kierunek oddziaływania, liczby określają numer interleukiny (IL-1, IL-2 itd.) związanej z danym oddziaływaniem.

- *Układ nerwowy.* Budowa układu nerwowego organizmów wielokomórkowych, w szczególności także człowieka, i jego złożone funkcje są wciąż przedmiotem żywego zainteresowania neurofizjologii. Pomimo

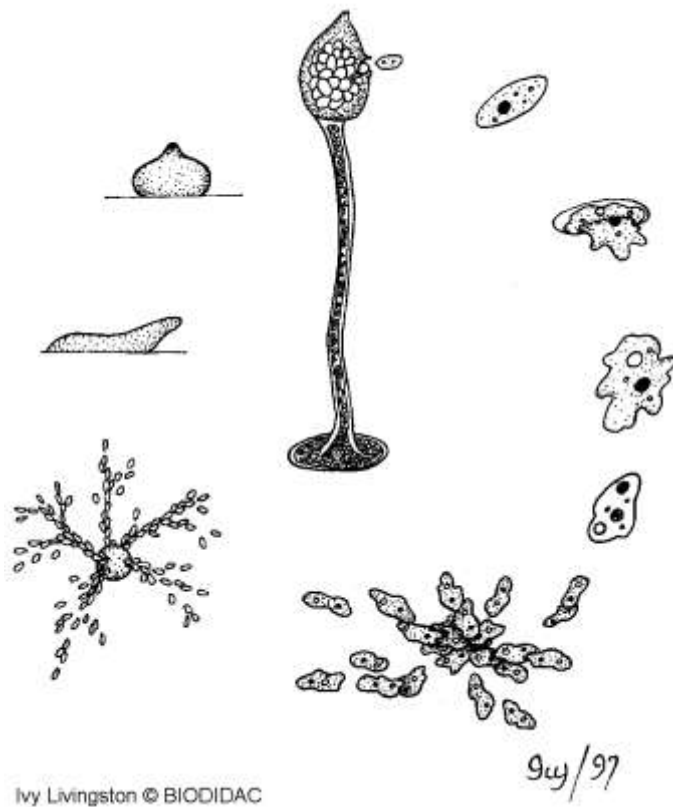
wielkiej różnorodności form i pełnionych ról wszystkie elementy układu nerwowego zbudowane są ze zwielokrotnionej jednostki czynnościowej, jaką jest neuron. Tę wyspecjalizowaną komórkę można uznać za pierwotny wzór agenta systemu multiagentowego. Neurony przekazują między sobą sygnały o pobudzającym bądź hamującym charakterze dzięki produkcji i wychwycie określonych substancji pełniących funkcję neurotransmiterów. Dzięki włóknom nerwowym sygnały rozprzestrzeniają się w środowisku neuronów i docierają w określone miejsca. W zależności od rodzaju danej części układu nerwowego układ włókien może dystrybuować lub zbierać sygnały z rozległej okolicy albo pełnić funkcję magistrali komunikacyjnej łączącej ze sobą ściśle określone pary neuronów. Szczególnie interesujący pod tym względem jest centralny układ nerwowy ssaków, w obrębie którego neurony wytwarzają całe sieci połączeń koordynujące wyładowania poszczególnych komórek. Doświadczenia prowadzone na nowych, w tym także multiagentowych, modelach czynnościowych mózgu mogą stanowić dla nauk medycznych obiecujące źródło wniosków na temat mechanizmów generowania świadomości, percepcji zmysłowej, zapamiętywania i uczenia się a także patologii padaczki, zaburzeń psychicznych i innych chorób centralnego układu nerwowego.

### 4.3 Kolonie komórkowe

Pojedyncze organizmy biologiczne reprezentują zazwyczaj jeden z dwóch zasadniczych poziomów złożoności, jednokomórkowy bądź wielokomórkowy. Pomiędzy tymi końcami skali istnieje jednak pewna pośrednia forma organizacji, a mianowicie kolonie komórkowe. Jej przedstawicielami są między innymi stosunkowo proste organizmy zwane ogólnie śluzowcami, należące do dwóch gromad *Acrasiomycota* (akrazje) i *Myxomycota* (śluzorośla) zawartych w obrębie niejednorodnego królestwa *Protista* w domenie *Eukarya*. Stworzenia te klasyfikowane były dawniej jako grzyby, jednakże bliższe ich poznanie ujawniło cechy łączące je raczej z pierwotniakami niż grzybami. Uważa się, że gromady akrazji i śluzorośli stanowią swoisty relikwyt ewolucji z okresu, gdy linie rozwojowe grzybów, roślin i zwierząt oddzielały się od wspólnych pierwotnych form *Eukarya* [Baldauf1997].

Organizmy należące do wymienionych gromad prezentują zaskakujący tryb życia, prawdopodobnie najlepiej poznany na przykładzie gatunku *Dictyostelium discoideum*, który stał się organizmem modelowym wykorzystywanym laboratoryjnie w badaniach biologii komórek. Formę wegetatywną śluzowców stanowi jednokomórkowy pełzak poruszający się dzięki obecności nibynóżek i odżywiający się fagotroficznie, czyli poprzez wchłanianie z otoczenia cząstek pokarmu. Pod tym względem śluzowce przypominają więc organizmy zwierzęce. Osobniki *Dictyostelium* wiodą pojedynczo taki tryb życia dopóki w środowisku nie zabraknie substancji odżywczych. Kiedy zajdzie taka sytuacja, ameby *Dictyostelium* przechodzą do etapu formowania pojedynczego organizmu. Oddzielne dotąd pełzaki zaczynają gromadzić się w jednym miejscu tworząc mobilne pseudoplasmodium, czyli przypominającą ślimaka

strukturę, w której poszczególne komórki zachowują swoją odrębność. Ich liczba może osiągać wielkości rzędu stu tysięcy. Część z pełzaków wytwarza wyrastający z pseudoplasmodium trzonek, przy czym te komórki otaczają się ścianą, a następnie obumierają. Pozostałe ameby wpełzają na szczyt trzonka i tam gromadzą się tworząc zarodniki. Te ostatnie rozprzestrzeniają się poprzez działanie wiatru, wody lub zwierząt i w sprzyjających warunkach dają początek nowym pełzakom zamykając w ten sposób cykl życiowy. Całość opisanego procesu zilustrowano schematycznie na rys. 4.2. Oprócz takiego cyklu rozmnażania wegetatywnego w innym typie pseudoplasmodium zachodzą procesy płciowe. Cykl życiowy innych gatunków śluzowców jest podobny, choć część z nich zamiast struktur wielokomórkowych wytwarza plasmodia wielojądrowe będące w istocie ogromną pojedynczą komórką zawierającą tysiące jąder.



Rys. 4.2. Cykl życiowy śluzowca *Dictyostelium*. (źródło: BIODIDAC)

Śluzowce, w tym *Dictyostelium*, są organizmami szeroko rozprzestrzonymi, występują w glebie, na ściółce czy szczątkach roślinnych, osiągając milimetrowe rozmiary. Łatwo jest je obserwować lub wyizolować z tych miejsc. Ze względu na swoją dostępność oraz wyjątkowy tryb życia *Dictyostelium discoideum* został wybrany jako organizm pełniący rolę doświadczalnego modelu w badaniach nad czynnościami komórek. Zjawiska, które można dogodnie obserwować u *Dictyostelium*, to ruchomość komórek [Moore1996], [Palsson2000], fagocytoza, komunikacja międzykomórkowa, chemotaksja, fototaksja [Marée1999], różnicowanie się komórek czy apoptoza [Olie1998]. Na przykładzie tych organizmów, a także innych gatunków

śluzowców wytwarzających makroskopowe wielojądrowe plasmodia, łatwo można badać procesy transportu wewnątrzkomórkowego [Pollock1998], [Aguado1999].

Pelzaki śluzowców stanowią również interesujący wzorzec agenta zachęcający do podejmowania prób budowy multiagentowego modelu naśladującego zachowania tych organizmów. Gatunek *Dictyostelium* jest tutaj dogodnym systemem przedmiotowym, gdyż jego ameby zachowują swój indywidualny charakter także podczas agregacji w twór wielokomórkowy. Komunikacja pomiędzy pelzakami odbywa się za pośrednictwem środowiska, w jakim poruszają się komórki i obejmuje sygnały biochemiczne wydzielane przez niektóre pelzaki, docierające do pozostałych na drodze dyfuzji. Wiadomo między innymi, że migrację pelzaków w kierunku formującego się pseudo-plasmodium stymuluje cykliczny adenozymonofosforan, a ściślej gradient stężenia tej substancji w otoczeniu pelzaków. Modelowanie tego zachowania wymaga wyposażenia agentów systemu w zmienne stanu określające ich położenie, a środowiska systemu w funkcję reakcji lokalnej wyznaczającą natężenie dyfundującego sygnału w pobliżu agentów.

Praca nad multiagentowymi modelami kolonii śluzowców może stanowić cenny wkład do badań biologii komórek dotyczących wymienionych wyżej zjawisk obserwowanych u *Dictyostelium*. Badania te są ważne także z medycznego punktu widzenia, gdyż mogą dostarczyć informacji o podłożu wielu procesów fizjologicznych i patologicznych, między innymi takich, jak:

- odpowiedź immunologiczna, uwarunkowana chemotaktyczną migracją komórek do miejsca reakcji zapalnej,
- angiogeneza, wywołana biochemicznymi czynnikami wzrostu naczyń, warunkująca między innymi rozwój guzów nowotworowych oraz schorzenia siatkówki,
- transformacja nowotworowa, wynikająca między innymi z zaburzenia procesu apoptozy komórek prowadzącego do ich niekontrolowanej przeżywalności,
- przerzutowanie nowotworów, związane z uzyskaniem przez komórki zdolności przemieszczania się,
- wzrost włókien nerwowych, regulowany zjawiskami chemotaksji, odgrywający istotną rolę w regeneracji uszkodzeń układu nerwowego,
- rozpoznawanie antygenów i niszczenie struktur obcych, ściśle związane z procesem fagocytozy, odpowiedzialne za zaburzenia odporności komórkowej,
- embriogeneza i organogeneza, uwarunkowane ekspresją genów w odpowiedzi na biochemiczne sygnały środowiskowe oraz migracją komórek, powiązane z powstawaniem wad rozwojowych, jak również z transformacją nowotworową.

Stworzenie multiagentowych modeli wykazujących zachowania naśladujące wymienione procesy może zatem dostarczyć narzędzi pozwalających opracować lub zbadać skuteczność nowych metod zapobiegania bądź leczenia stanów patologicznych, bardzo ważnych z perspektywy praktyki klinicznej.

## 4.4 Społeczności zwierzęce

Obok kolonii komórkowych istnieje o wiele bardziej złożony i rozpowszechniony w przyrodzie wzorzec współdziałania wielu organizmów, a mianowicie społeczność zwierzęca. Organizmy wielokomórkowe wiodące zwierzęcy tryb życia często egzystują w zorganizowanych grupach osiągających liczebność zależną od ich gatunku, zmienną w przedziale od kilku osobników do kilku ich milionów. Współpraca członków grupy, niekiedy decydująca o przeżyciu ich wszystkich, jest znakomitą przykładową funkcją biologicznego systemu multiagentowego i skłania do obserwacji podobnych zachowań w sztucznie budowanych modelach. Tego rodzaju prace badawcze są obecnie prowadzone przy użyciu konwencjonalnych systemów multiagentowych [Dornhaus1998].

Wśród klasycznych przykładów dobrze zorganizowanych grup organizmów uznane miejsce zajmują społeczności owadzie, tworzone przez szereg gatunków mrówek, pszczoł czy os. Gatunki te są ze sobą wszystkie blisko spokrewnione, należą bowiem do tego samego rzędu *Hymenoptera* (błonkoskrzydłe) w gromadzie owadów. Społeczności błonkówek składają się nawet z setek tysięcy osobników zamieszkujących wybudowane przez siebie gniazda, którym przewodzi wyspecjalizowana samica pełniąca rolę królowej. Osobniki należące do społeczności dzielą się, szczególnie wyraźnie u mrówek, na kasty robotnic, żołnierzy, samców czy królowych, prowadzące odmienny tryb życia i niekiedy wykazujące duże różnice morfologiczne. O przynależności do kasty decyduje sposób wychowania i odżywiania niedojrzałych osobników, które przynajmniej w pewnym zakresie są początkowo multipotencjalne, choć bez możliwości zmiany płci zdeterminowanej już na etapie rozwoju z zapłodnionego bądź niezapłodnionego jaja.

Z punktu widzenia systemu multiagentowego pojedynczy owad w zbiorowości pełni funkcję agenta posiadającego indywidualną dynamikę. Każdy osobnik samodzielnie podejmuje akcje, które potrafi wykonywać. Decyzja o podjęciu takiej czy innej aktywności jest wynikiem reakcji na panujące w społeczności warunki i rozprzestrzeniające się w lokalnym środowisku sygnały. Większość akcji istotnych dla utrzymania zbiorowości przy życiu wykonywana jest autonomicznie przez poszczególne owady, choć samice wyspecjalizowane do pełnienia funkcji królowych mogą silnie wpływać na zachowanie się pozostałych osobników. Przykładem takiego oddziaływania jest powstrzymywanie robotnic pszczoł przed budowaniem mateczników spowodowane wpływem ektohormonu wydzielanego przez matki rodzin pszczelich. Owady posługują się jednak modelem sterowania o małym stopniu centralizacji, gdyż to umożliwia liczącej kilkadziesiąt tysięcy osobników kolonii szybkie i skuteczne wykonywanie niezbędnych prac w gnieździe i poza nim. Czynności takie, jak szukanie pożywienia, opieka nad gniazdem, karmienie potomstwa czy obrona kolonii przed agresorami, nie wymagają centralnej koordynacji, a wręcz przeciwnie, zachodzą efektywniej przy założeniu rozproszonego modelu sterowania tym bardziej, że pojedynczy osobnik w różnych okresach swojego życia może być predysponowany do pełnienia odmiennych funkcji. Z drugiej strony wymienione czynności muszą być wykonywane przez osobniki w skoordynowany, zsynchronizowany sposób [Bonabeau1997].

Pomiędzy owadami w społeczności zachowana jest komunikacja oparta na bodźcach chemicznych, takich jak wspomniany wyżej ektohormon czy substancja ostrzegawcza wydzielana przez zaniepokojone mrówki, oraz bodźcach dotykowych, przekazywanych na przykład dotknięciami czułków podczas kontaktów między mrówkami. Komunikacja taka pozwala nie tylko identyfikować osobniki własnej społeczności, ale również informować o znalezionym źródle pożywienia [Solé1999b] lub nadciągającym zagrożeniu. Dzięki przekazywaniu informacji pomiędzy osobnikami możliwa staje się koordynacja zbiorowych działań uwidaczniająca się zwłaszcza podczas przełomowych w życiu kolonii wydarzeń, jak migracja roju owadów [Britton2002] czy obrona gniazda przed atakiem. Badanie społecznych zachowań błonkówek za pomocą systemów MACS powinno zatem dążyć do odwzorowania w modelu multi-agentowym także i tej zdolności szybkiego przechodzenia od indywidualnej aktywności agentów do silnej ich kooperacji.

Niektóre z zachowań rodzin owadów wymagają dla celów modelowania znacznej rozbudowy koncepcji systemów MACS, między innymi wzbogacenia ich o możliwość interakcji kilku gatunków agentów. Tego typu zachowania obejmują na przykład prowadzone przez mrówki hodowle mszyc związane z bardzo bliską współzależnością dwóch gatunków owadów, z których mrówki pielęgnują i chronią dojrzałe mszyce, przechowują zimą ich jaja i na wiosnę wynoszą młode na zielone rośliny, a z kolei mszyce dostarczają mrówkom pożywienia w postaci wydzielanego soku. Innym, bardziej brutalnym przykładem międzygatunkowych interakcji mrówek jest zorganizowane atakowanie obcych mrowisk w celu wykradania z nich larw, z których wyrastają następnie pokolenia robotnic niewolniczo pracujących na rzecz innego gatunku tych owadów.

Oprócz licznych gatunków błonkówek zachowania grupowe występują także u innych owadów, niekiedy przybierając bardziej widowiskowy charakter, jak ma to miejsce u świetlików należących do rodziny *Lampyridae* (świetlikowate) rzędu *Coleoptera* (chrząszcze). Samce tych owadów wykorzystują zdolność emitowania światła podczas zachowań godowych, przywabiając samice za pomocą błysków [Lloyd2003]. Sygnały świetlne wysyłane przez pojedynczego osobnika są dość słabe, wobec czego zwabienie samicy z dużej odległości wymaga współpracy większej liczby osobników, dzięki której błyski stają się łatwiej dostrzegalne. W rezultacie owej kooperacji cały rój samców rozpoczyna synchroniczne nadawanie sygnałów, przy czym żaden z owadów nie pełni roli nadrzędnego generatora rytmu. Poprzez dopasowanie indywidualnych rytmów do zachowania się sąsiednich osobników wszystkie owady spontanicznie osiągają wspólne tempo nadawania sygnałów. Zjawisko samorzutnej synchronizacji, występujące często w zbiorowościach owadów [Delgado1998], jest dobrym motywem do podejmowania prób odtworzenia takiego zachowania przy pomocy systemów MACS.

Poszukując systemów biologicznych stanowiących pierwowzór modeli multiagentowych warto wskazać także kolonie tworzone przez kręgowce. Dobrym przykładem bardzo dużych liczebnie zbiorowości zwierząt są ławice tworzone przez szereg gatunków ryb planktonożernych i robakożernych. W przeciwieństwie do ryb drapieżnych, pędzących bardziej samotny tryb życia, gatunki nie polujące na inne ryby często spędzają większość czasu

w ławicy. Tworzenie ławic jest skuteczną formą ochrony przed drapieżnikami [Jachner1999], [Oboshi2002]. Z punktu widzenia ryby drapieżnej upolowanie ofiary pływającej samotnie jest łatwiejsze, niż schwytanie jednego z członków ławicy. Wynika to z większej trudności skupienia uwagi na jednym spośród wielu jednakowo wyglądających i zachowujących się osobników. Ponadto zgrupowanie ryb zwiększa ich szansę wczesnego wykrycia zagrażającego niebezpieczeństwa dzięki jednoczesnej obserwacji całego otoczenia. Formowanie ławicy jest dla niektórych gatunków ryb także metodą zwiększania przeżywalności potomstwa, osiąganą poprzez synchronizację procesów rozrodczych poszczególnych samic stada. Wylęgające się jednocześnie pokolenie potomków zwiększa znacznie swoją liczebność i zarazem szansę na uniknięcie niebezpieczeństwa ze strony drapieżców.



Rys. 4.3. Ławica ryb jako przykład zorganizowanej społeczności. (źródło: Stock.XCHNG)

Ławica ryb nie jest zorganizowana hierarchicznie i nie posiada struktury wewnętrznej opisywanej u społeczności owadów. Wszystkie osobniki zajmują jednakową pozycję w stadzie i żaden z nich nie pełni roli przywódcy. Ze względu na ruchliwość ławicy rola przywódcy musiałaby zresztą przypadać co pewien czas różnym osobnikom, gdyż ryby znajdujące się na czele stada w ułamku sekundy mogą znaleźć się na jego końcu, gdy ławica wykona gwałtowny zwrot. Pomimo braku przywódcy stado ryb zachowuje się jak jeden, zwarty organizm wykonując synchroniczne manewry mające zdezorientować drapieżniki. I tak zaatakowana ławica może gwałtownie rozpiezchnąć się we wszystkich kierunkach lub przeciwnie, zblić w gęstą kulę, może też podzielić się na części, które za chwilę ulegną scaleniu, ponadto co pewien czas wszystkie ryby ławicy jednocześnie zmieniają kierunek pływania. Takie przegrupowania, utrudniające skupienie uwagi drapieżnika na pojedynczym osobniku, dokonują się spontanicznie, choć sprawiają wrażenie kierowanych przez wyróżnionego członka ławicy.

Ryby należące do stada komunikują się między sobą za pomocą różnych sygnałów. Istotne znaczenie wśród nich mają sygnały chemiczne dyfundujące w środowisku wodnym. Ich rozprzestrzenianie się nie jest zależne od warunków widoczności, dlatego chemiczny kanał komunikacji jest silnym wsparciem zmysłu wzroku wykorzystywanym przez ryby do porozumiewania się. Ewolucja wyposażała ryby w wyspecjalizowane systemy komunikacji węchowej, między innymi w zdolność reagowania na substancje alarmowe wydzielane ze zranionej skóry ryby zaatakowanej przez drapieżnika oraz zdolność rozpoznawania zagrożenia na podstawie śladów obecności substancji specyficznych dla wrogich gatunków. Oprócz bodźców węchowych ryby należące do ławicy przekazują wzajemnie informacje poprzez zmiany zachowania. Zaalarmowane osobniki zaczynają wykonywać inne ruchy dostrzegane przez ryby, które nie znalazły się w zasięgu oddziaływania sygnału chemicznego, a które także stają się pobudzone. Podobnie zmiany zachowania pozwalają przekazać innym rybom ostrzeżenia od osobników z obrzeża ławicy dokonujących inspekcji pobliskich nieznanymi obiektów. Dzięki takiemu mechanizmowi informacje szybko przenoszą się w głąb ławicy i docierają do wszystkich jej osobników umożliwiając błyskawiczną i zsynchronizowaną reakcję.

Opisane wyżej zachowania rojów owadów czy ławic ryb dostarczają wzorców dynamicznych, których odtwarzanie może być jednym z zastosowań modeli MACS. Zwielokrotniona struktura takich zbiorowości skupiających dużą liczbę jednakowych agentów zwierzęcych, autonomiczny charakter czynności podejmowanych przez poszczególne agenty, brak scentralizowanego sterowania przy jednocześnie zachowanej ścisłej koordynacji działań oraz nieprzewidywalność decyzji pojedynczego osobnika uzasadniają tu wykorzystanie multiagentowego i zarazem chaotycznego narzędzia badawczego.

## **4.5 Społeczeństwo ludzkie**

Najlepiej znaną z codziennego życia zbiorowością istot żywych wykazujących złożone zachowania jest społeczeństwo człowieka. Niektóre z tych zachowań są tak głęboko osadzone w kulturowym kontekście funkcjonowania społeczeństwa, że trudno niekiedy je zauważyć, choć podobne zachowania w zbiorowościach zwierząt są łatwiej dostrzegalne i często budzą podziw obserwatora. Słuchając występu grającej zgodnie orkiestry symfonicznej łatwo można przypisać tę harmonię wpływowi dyrygenta synchronizującego partie wszystkich instrumentów. Gdy jednak po wysłuchaniu koncertu publiczność domagając się bisów spontanicznie i bez żadnego dyrygenta synchronizuje rytm oklasków, wówczas obserwować można przykład zachowania zbiorowego równie fascynującego, jak zgodne pobłykiwanie świateł przywołujących się w ciemności.

We wszystkich niemal dziedzinach działalności człowieka można odnaleźć przejawy spontanicznych zbiorowych reakcji, a ich przewidywanie jest bardzo pożądaną umiejętnością, gdyż pozwala bądź sterować owymi reakcjami, bądź odpowiednio je wykorzystywać. Potrzeba sterowania jest szczególnie wyraźna podczas zgromadzeń, w których uczestniczy wielu ludzi formujących tłum. Zachowanie tłumu odbiega od zachowania pojedynczego człowieka i wykazuje

silne cechy chaotyczne. Utrudnia to przewidywanie reakcji tłumu, która może w krótkim czasie spowodować eskalację pozornie nieznaczących zachowań jednostek i powielenie ich przez pozostałych uczestników zgromadzenia. W wielu sytuacjach takie zdarzenia stają się niebezpieczne, zwłaszcza gdy dojdzie do uwydatnienia motywów emocjonalnych towarzyszących zgromadzeniu, tak jak ma to miejsce podczas wydarzeń sportowych, masowych koncertów czy demonstracji politycznych. Znane z historii przypadki tragicznych w skutkach reakcji tłumu potwierdzają potrzebę przewidywania takich zachowań oraz ich kontrolowania [Fruin1993], [Kirkland2003].

Mogą w tym pomóc modele rozprzestrzeniania się paniki lub agresji wśród tłumu oparte o symulacje multiagentowe, w których role poszczególnych osób pełnią agenty systemu MACS. Obecność środowiska przenoszącego sygnały odpowiada dobrze sposobowi komunikacji ludzi w tłumie. Osoby poddające się zbiorowej panice nie komunikują się wprost między sobą, w istocie niemożliwy jest wówczas zwykły bezpośredni przekaz informacji między ludźmi, gdyż przestają oni zwracać uwagę na określone osoby z ich otoczenia, zaczynają natomiast postrzegać cały tłum jako swoiste środowisko i naśladują ogólne lokalne jego zachowanie. Z tego powodu nawoływania jednostek zmierzające do uspokojenia pobudzonego tłumu stają się nieskuteczne, podobnie jak niezauważony może pozostać sygnał pojedynczego agenta konkurujący w środowisku systemu z sygnałami pozostałych, podobnie zachowujących się agentów.

Oprócz skrajnych i niebezpiecznych reakcji tłumu bardzo podobne zachowania można obserwować również w społeczeństwie ludzi funkcjonującym na co dzień, choć ich przejawem nie jest reakcja fizyczna, lecz raczej psychologiczna. Kształtowanie opinii publicznej jest przykładem zachowania zbiorowego osadzonego w rozległym kontekście czasowym i przestrzennym. Rozprzestrzenianie się poglądów, wspomagane także przez środki masowego przekazu, odbywa się w przypadku wielu osób poprzez przyjmowanie stanowiska przeciętnego w danym środowisku społecznym, poznanego bezpośrednio w kontaktach z innymi ludźmi, bądź podanego przez media i uznanego za przeciętne. Przyjmowane stanowisko nie musi być zweryfikowane ani racjonalnie uzasadnione, co przypomina zachowanie tłumu również nie kierującego się racjonalnym rozumowaniem lecz powielającego decyzje większości. W ten sposób rozpowszechniają się na przykład sympatie polityczne, poglądy dotyczące problemów życia społecznego czy plotki.

Wykorzystanie tych zjawisk w dziedzinie ekonomii staje się umiejętnością przynoszącą zysk, gdy dyfundujące w społeczeństwie poglądy dotyczą popytu na określony produkt lub klasę produktów. Opinia publiczna jest celem działań marketingowych, które choć skierowane bezpośrednio do indywidualnego klienta, oddziałują silnie na przekonania i potrzeby ogółu społeczeństwa. Oddziaływanie takie może wytwarzać nowe mody i trendy konsumpcyjne rozprzestrzeniające się następnie wśród ludzi samorzutnie, bez potrzeby ukierunkowanej promocji. Takim pożądanym z punktu widzenia marketingu zjawiskom towarzyszą w ekonomii również procesy negatywne. Pewne innowacje napotykają trudności w upowszechnieniu się i pomimo przekonania twórców o atrakcyjności danej oferty nie zyskują szerokiego zainteresowania społeczeństwa klientów. W innych sytuacjach, zwłaszcza na rynkach giełdo-

wych, reakcje paniczne powstające niekiedy bez wyraźnego powodu zagrażają stabilności rynku i mogą pociągać za sobą duże straty [Peters1997]. Opracowanie multiagentowych modeli opisanych reakcji może zatem zaoferować naukom ekonomicznym nową metodę analizy i prognozowania zachowań rynku, pozwalającą lepiej dostosować innowacyjną ofertę do oczekiwań klientów lub zredukować straty spowodowane wahaniami rynków akcji.

Na koniec rozważań poświęconych obserwowanej w przyrodzie oraz w społeczeństwie ludzkim dynamice zbiorowości warto jeszcze raz zwrócić uwagę na wspólny element nieprzewidywalności towarzyszący zachowaniom systemów biologicznych złożonych z dużej liczby elementów. Cechy chaosu deterministycznego dostrzec można zarówno w środowisku komórek układu odpornościowego, jak i w roju pszczół, ławicy ryb, tłumie kibiców czy społeczności inwestorów giełdowych. Chaos ten sprawia, że w bardzo podobne sytuacje, nieodróżnialne nawet dla obserwatora, mogą prowadzić do rozwoju zupełnie odmiennych scenariuszy ewolucji systemu. U jednego dziecka częste stany zapalne dróg oddechowych miną bez pozostawiania śladu, u innego doprowadzą do rozwoju przewlekłych powikłań. Spośród dwóch podobnych spotkań piłkarskich jedno zakończy się tylko owacjami, drugie przerodzi się w groźną bitwę pomiędzy sympatykami przeciwnych drużyn. Wybuch konfliktu zbrojnego może wywołać gwałtowną reakcję na światowych giełdach, innym razem może przejść niezauważony przez rynki akcji. Owa chaotyczna nieprzewidywalność skłania do konstruowania modeli takich zjawisk za pomocą metod wprost zakładających występowanie chaosu deterministycznego, wśród których znajdują się także multiagentowe systemy chaotyczne.



## 5. Eksperymenty symulacyjne

### 5.1 Środowisko eksperymentalne CAMEL

Postęp prac w dziedzinie badania systemów złożonych zawdzięcza swoje tempo równolegle dokonującemu się postępowi techniki komputerowej, bez której wiele eksperymentów symulacyjnych nie mogłoby zostać przeprowadzonych w dającym się zaakceptować czasie i z należytą dokładnością obliczeń. Zgodnie z nazwą systemy złożone stawiają badacza przed koniecznością operowania dużą ilością danych opisujących elementy składowe systemu oraz równoczesnego odtwarzania ich skomplikowanej dynamiki. Formulowanie ogólnych reguł rządzących zachowaniem takich systemów rzadko jest możliwe na drodze analitycznej i wymaga wsparcia w formie komputerowych eksperymentów symulacyjnych. Pod tym względem konstruowanie modeli systemów złożonych i poddawanie ich komputerowym doświadczeniom wnosi nowy jakościowo wkład w rozwój nauki, otwierając drogę do nieznanых dotąd obszarów badań, choć ceną, jaką trzeba za to zapłacić, może być utrata możliwości korzystania z wypracowanych do tej pory metod analitycznych.

Obserwowanie złożonej dynamiki MACS również wymaga zaangażowania odpowiednich komputerowych narzędzi symulacyjnych. Ze względu na ogromną złożoność dynamiczną (szybko rosnącą przy zwiększaniu liczby agentów), a także dużą liczbę zmiennych stanu modelowanego systemu, w stosunku do używanych narzędzi stawiane są wysokie wymagania pod względem zasobów niezbędnych do przeprowadzenia odpowiedniej ilości obliczeń i rejestracji ich wyników. Aby przybliżyć te wymagania należy przeanalizować prosty przykład systemu MACS.

Zmienne stanu występujące w systemie MACS wymagają zmiennie-przecinkowej reprezentacji liczb rzeczywistych o możliwie największej precyzji oferowanej przez system komputerowy. Ograniczenie tej precyzji, pociągające za sobą zmniejszenie liczby cyfr binarnych przeznaczonych do zapisu wartości zmiennych stanu, powoduje bowiem istotne ograniczenie różnorodności zachowań układu dynamicznego opisywanego takimi zmiennymi. Ma to szczególne znaczenie w systemach z chaosem deterministycznym, gdzie liczba bitów zmiennej stanu decyduje o długości możliwych trajektorii chaotycznych. Skrócenie binarnego zapisu o jeden bit redukuje o połowę najdłuższą możliwą trajektorię chaotyczną, a usunięcie całego bajtu skraca ją 256-krotnie, co powoduje odpowiednie zubożenie zachowania chaotycznego.

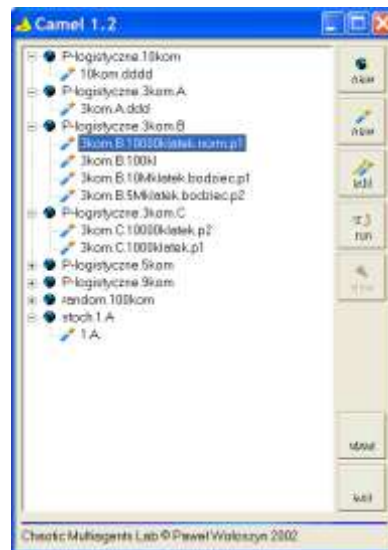
Z powyższych względów do zapisu wartości zmiennych stanu należy użyć w systemie komputerowym możliwie pojemnego dostępnego typu danych takiego, jak 64-bitowy typ zmiennopozycyjny `double` dostępny w języku C++. Przy założeniu, że pojedynczy agent opisywany jest przez 100 zmiennych stanu, a system składa się z 1000 agentów, zapisanie stanu całego systemu w jednej chwili symulowanego czasu wymaga około 800 kilobajtów pamięci. Takich rozmiarów system mógłby modelować na przykład zachowanie kolonii 1000 osobników śluzowców. Przeprowadzenie eksperymentu modelującego ewolucję stanu tej kolonii w okresie zaledwie jednej godziny, przy założeniu rozdzielczości czasowej pojedynczego kroku iteracji rzędu 1 sekundy, prowadzi do uzyskania około 3 gigabajtów danych powstałych w wyniku wykonania prawie 1.5 miliarda przekształceń zmiennych stanu, co odpowiada wielokrotnie większej liczbie elementarnych operacji arytmetycznych. Rozszerzenie symulacji na bliższą rzeczywistości proporcjom liczbę kilkudziesięciu tysięcy osobników i wydłużenie czasu eksperymentu do jednej doby spowoduje wzrost skali obliczeń o dalsze trzy rzędy wielkości.

Jak wynika z powyższego przykładu, bez wykorzystania maszyn cyfrowych badanie zachowania systemów chaotycznych złożonych z wielu elementów jest praktycznie niemożliwe. Aby jednak przeprowadzać eksperymenty w sprawny i zorganizowany sposób umożliwiający łatwe planowanie doświadczeń oraz późniejszą analizę ich wyników, konieczne jest opracowanie odpowiedniego komputerowego środowiska symulacyjnego. Wśród zadań, jakie powinno realizować takie środowisko, znajdują się:

- konstruowanie systemów MACS o zadanym rodzaju i określonej liczebności agentów,
- ustalanie stanu początkowego agentów i środowiska,
- przygotowywanie eksperymentów i scenariuszy ich przebiegu,
- przeprowadzanie symulacji według zadanych scenariuszy i zapisywanie ich wyników,
- analiza danych uzyskanych podczas eksperymentów.

Wszystkie powyższe zadania cechuje na tyle duża specyfika, że konieczne jest utworzenie dedykowanego oprogramowania badawczego, gdyż wykorzystanie uniwersalnych narzędzi jest bądź nieefektywne, bądź zupełnie niemożliwe. Ostatnie dwa spośród wymienionych zadań stanowią szczególnie duże wyzwanie dla środowiska symulacyjnego ze względu na konieczność szybkiego przetwarzania zasobów danych o rozmiarach rzędu gigabajtów.

Aby dysponować odpowiednim narzędziem przydatnym w badaniach dynamiki systemów MACS autor tej rozprawy samodzielnie zaprojektował oraz stworzył specjalistyczne laboratorium programowe CAMEL (*Chaotic Multiagent Laboratory*) oferujące opisane wyżej możliwości konstruowania modeli, prowadzenia eksperymentów symulacyjnych i dokonywania analizy wyników doświadczeń. Jest to napisana w języku C++ kompletna aplikacja systemu MS Windows, której interfejs użytkownika przedstawiono na rys. 5.1.



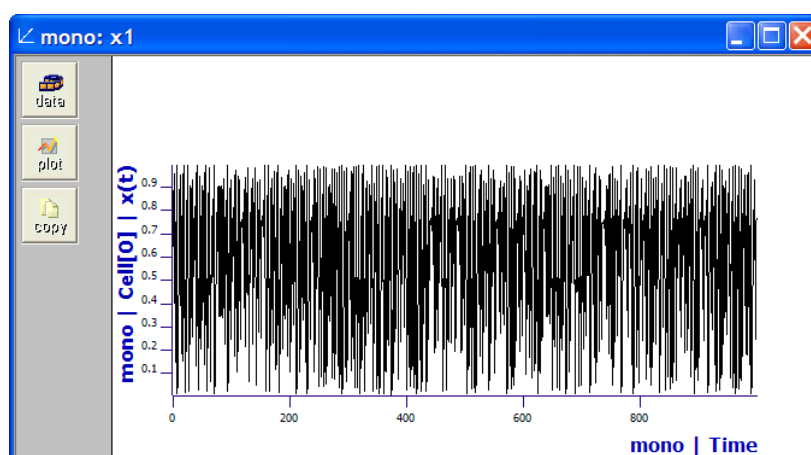
Rys. 5.1. Główne okno środowiska symulacyjnego CAMEL.

Laboratorium CAMEL pozwala na jednoczesną pracę z różnymi modelami tworzonymi przez użytkownika. Każdy zbudowany system multiagentowy ma określony rodzaj agentów i środowiska oraz ustaloną liczbę agentów. Nowoutworzony system MACS traktowany jest w środowisku symulacyjnym jako pewnego rodzaju układ doświadczalny, w obrębie którego można przeprowadzać eksperymenty. Aby zapewnić powtarzalność eksperymentów, każdy układ doświadczalny posiada ściśle określony stan początkowy, wygenerowany w chwili tworzenia nowego systemu MACS. System o takim samym typie i liczbie agentów posiadający odmienny stan początkowy jest traktowany jako zupełnie inny system.

W obrębie utworzonego systemu można zaplanować dowolną liczbę eksperymentów. Parametry eksperymentu obejmują przede wszystkim liczbę kroków iteracji, a także dyrektywy dla symulatora określające, czy podczas eksperymentu stan układu ma być poddawany dodatkowym bodźcom zewnętrznym oraz w jakich okolicznościach ma nastąpić zakończenie symulacji. Zaplanowany eksperyment zostaje powiązany z definicją systemu MACS, którego dotyczy, zapisany wśród plików danych środowiska i przedstawiony wizualnie w postaci gałęzi struktury drzewiastej zawartej w głównym oknie interfejsu programu.

Po utworzeniu badanego systemu i zaplanowaniu eksperymentu środowisko CAMEL pozwala uruchomić symulację i przeprowadzać ją zgodnie z założonym scenariuszem. Wychodząc od stanu początkowego i aktywując poszczególne funkcje dynamiki środowiska oraz agentów program realizuje kolejne kroki symulacji, podczas których w pamięci masowej komputera zapisany zostaje pełny stan systemu (agentów i środowiska), co pozwala na późniejsze odtworzenie trajektorii ewolucji badanego modelu. Zależnie od wybranych przez użytkownika parametrów eksperymentu stan systemu może być zapisywany w każdym kroku iteracji lub co pewną ich wielokrotność. Ta ostatnia opcja pozwala ograniczyć objętość zapisywanych danych, choć równocześnie zmniejsza możliwości późniejszej ich analizy, zwłaszcza w przypadku trajektorii okresowych.

Wyodrębnioną część środowiska CAMEL stanowi moduł wizualizacji oraz analizy danych uzyskanych podczas eksperymentów. Na obecnym etapie rozwoju oprogramowanie umożliwia przede wszystkim wizualizację trajektorii ewolucji systemów MACS. Ze względu na jakościowy charakter obserwacji prowadzonych w ramach dotychczasowych eksperymentów wizualizacja danych jest wystarczającym narzędziem umożliwiającym formułowanie wniosków. W dalszych planach autor zamierza wyposażyć symulator również w narzędzia analizy ilościowej. Moduł wizualizacji jest dostosowany do specyfiki badanych systemów, pozwala między innymi na równoczesną prezentację przebiegów zmiennych stanu wielu agentów, przy czym przewidziany jest do pracy z seriami wartości osiągającymi długość rzędu miliardów punktów. Podstawowy widok okna wizualizacji danych przedstawia rys. 5.2.



Rys. 5.2. Okno wizualizacji danych środowiska CAMEL

Wszystkie prezentowane niżej wykresy ilustrujące dynamikę systemów obserwowanych podczas eksperymentów symulacyjnych zostały uzyskane przy pomocy oprogramowania CAMEL. Moduł wizualizacji danych tego oprogramowania przystosowany jest w obecnej wersji do prezentacji wykresów na ekranie monitora komputerowego. Uwarunkowania techniki drukarskiej sprawiają, że drobne szczegóły, przede wszystkim etykiety skali osi wykresu, doskonale czytelne na ekranie monitora, stają się mniej wyraźne po wydrukowaniu ilustracji. Należy podkreślić jednak, że zamieszczone wykresy mają za zadanie obrazować cechy jakościowe dynamiki systemów, nie niosą natomiast przekazu ilościowego. Dostosowanie wspomnianych szczegółów wykresów, nieistotnych przy ich interpretacji, do wymagań wydruku spowodowałoby zmniejszenie przejrzystości ilustracji, dlatego też zostały one zaprezentowane Czytelnikowi w postaci oryginalnej.

## 5.2 Doświadczalny system MACS

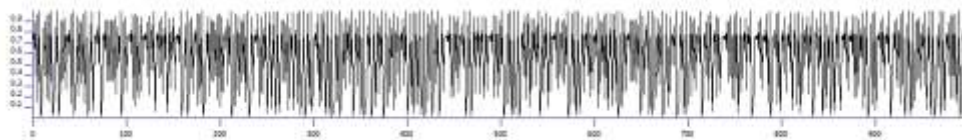
Prowadzenie badań związanych z powstawaniem niniejszej rozprawy wymagało ustalenia systemu, na którym dokonywane byłyby obserwacje. Jako model eksperymentalny utworzony został chaotyczny system multiagentowy złożony z agentów iterujących odwzorowanie logistyczne. Odwzorowanie to

zostało wybrane ze względu na jego prostotę i łatwość prowadzenia obliczeń oraz ze względu na własność mieszania wprowadzającą do systemu chaos deterministyczny. Celem eksperymentów była próba wywołania zjawiska samorzutnej synchronizacji stanu agentów podlegających chaotycznej dynamice. Oprócz zapewnienia źródła chaosu wymagane było włączenie do systemu multiagentowego także oddziaływania pomiędzy agentami, w którym pośredniczy środowisko.

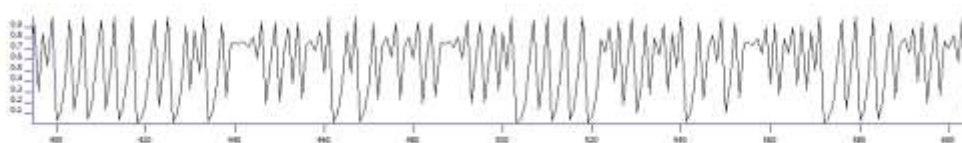
Odwzorowanie wykorzystane w modelu ma iteracyjną postać:

$$x^{t+1} = cx^t(1 - x^t), \quad (5.1)$$

gdzie  $x$  jest przekształcaną zmienną,  $c$  jest współczynnikiem logistycznym, zaś  $t$  jest numerem chwili czasu oznaczanym zgodnie z konwencją przyjętą w podrozdziale 3.3. Wartość początkowa zmiennej  $x$  wybierana jest z przedziału  $[0, 1]$ , wartości współczynnika logistycznego przyjmowane w modelu należą do przedziału  $[3.9, 4.0]$ . Przy tych założeniach odwzorowanie (5.1) generuje chaotyczny szereg czasowy o wartościach ograniczonych do przedziału  $[0, 1]$ . Przykład jednego z takich szeregów ilustrują rys. 5.3 i 5.4. Oś pozioma na tych oraz kolejnych wykresach reprezentuje dyskretny czas eksperymentu mierzony liczbą iteracji, na osi pionowej obrazowane są wartości szeregu czasowego.

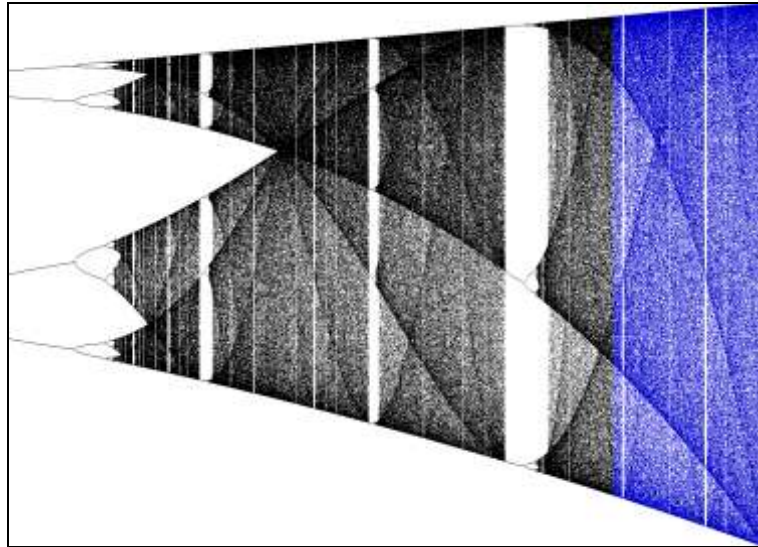


Rys. 5.3. Logistyczny szereg czasowy. 1000 początkowych iteracji odwzorowania logistycznego dla współczynnika  $k = 3.99$  i  $x_0 = 0.8$ .

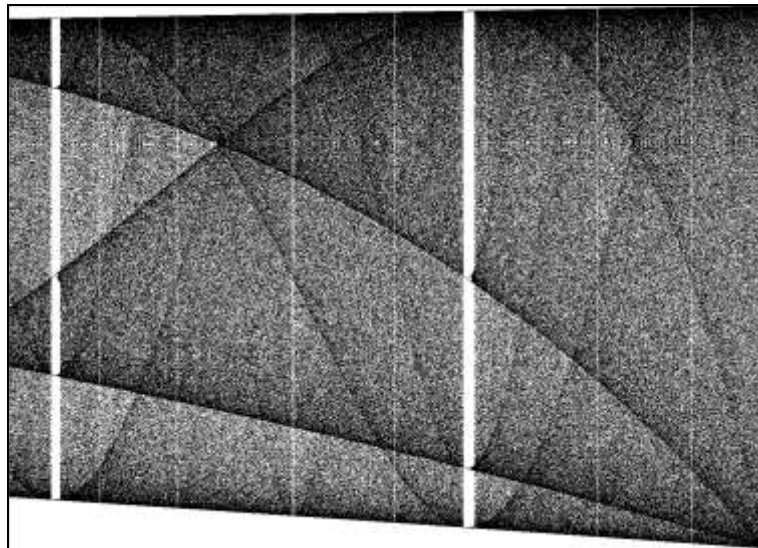


Rys. 5.4. Logistyczny szereg czasowy. Powiększony fragment wykresu na rys. 5.3. obejmujący 200 iteracji.

Wartości współczynnika  $c$  już powyżej punktu Feigenbauma równego około 3.57 wprowadzają układ iterujący odwzorowanie (5.1) w stan dynamiki chaotycznej (rys. 5.5). W eksperymentalnym modelu MACS wartości te zostały celowo zawężone do przedziału  $[3.9, 4.0]$ , dla którego odwzorowanie logistyczne generuje chaos pokrywający prawie cały odcinek jednostkowy i przerywany oknami okresowymi, co dobrze ilustruje diagram Feigenbauma przedstawiony na rys. 5.6.



Rys. 5.5. Diagram Feigenbauma dla odwzorowania logistycznego. Zobrazowano przedział współczynnika  $k$   $[3.5, 4.0]$ . Kolor niebieski oznacza zakres zmienności  $k$  przyjęty w eksperymentach.



Rys. 5.6. Diagram Feigenbauma dla odwzorowania logistycznego. Powiększony fragment diagramu dla przedziału  $k$   $[3.9, 4.0]$  przyjętego w eksperymentach symulacyjnych.

System multiagentowy występujący w eksperymentach tworzą agenty, których stan opisuje zmienna reprezentująca kolejne wartości  $x$  logistycznego szeregu czasowego oraz zmienna zawierająca wartość współczynnika  $c$ . Założono, że agent może zmieniać w czasie eksperymentu wartość współczynnika logistycznego, dlatego wśród zmiennych stanu agenta znalazła się także trzecia zmienna  $v$  określająca prędkość zmian współczynnika  $c$  rozumianą jako różnicę wartości  $c$  w kolejnych chwilach czasu:

$$v^t = c^{t+1} - c^t \quad (5.2)$$

Wektor stanu agenta, zgodnie z (3.4), jest więc określony jako:

$$\mathbf{a} = \{a_0, a_1, a_2\}, \quad (5.3)$$

gdzie indeks  $a_0$  oznacza  $x$ ,  $a_1$  oznacza  $c$  oraz  $a_2$  oznacza  $v$ . Dla uproszczenia dalszego zapisu i uniknięcia niejednoznaczności poszczególne elementy wektora  $\mathbf{a}$  będą wprost oznaczane odpowiednimi literami zgodnie z ich interpretacją:

$$\mathbf{a} = \{x, c, v\} \quad (5.4)$$

Ponieważ każdy agent posiada odrębny wektor stanu, zauważyć należy, że indywidualna dynamika agenta może obejmować nie tylko różną wartość zmiennej  $x$ , ale również odmienny współczynnik logistyczny zmieniający się z właściwą danemu agentowi prędkością. Rozbieżności między stanami agentów dają podstawę do wprowadzenia w środowisku dwóch zmiennych stanu opisujących ową różnorodność. Jedną z nich jest średnia wartość  $x$  wśród agentów, oznaczana dalej przez  $\bar{x}$ . Skoro wartość zmiennej  $x$  agenta może odbiegać od średniej  $\bar{x}$ , wobec tego można zdefiniować odchylenie danego agenta, oznaczane przez  $\delta$ , określone jako moduł różnicy  $x$  i  $\bar{x}$ :

$$\delta_k = |x_k - \bar{x}|, \quad (5.5)$$

gdzie  $k$  jest indeksem agenta. Średnia wartość odchylenia  $\delta$  w systemie, oznaczana poniżej przez  $\bar{\delta}$ , jest drugą zmienną stanu środowiska. Używając zapisu analogicznego do (5.4) można określić stan środowiska następująco:

$$\mathbf{e} = \{\bar{x}, \bar{\delta}\} \quad (5.6)$$

Po ustaleniu liczby zmiennych stanu agentów i środowiska oraz określeniu ich interpretacji należy wprowadzić do systemu funkcje determinujące jego dynamikę. Funkcja przejścia agenta  $\varphi_\alpha$  odpowiada w rozważanym przypadku za iteracje odwzorowania logistycznego wykonywane przez agenta, ponadto jej zadaniem jest modyfikacja współczynnika logistycznego zgodnie z jego aktualną prędkością zmian:

$$\varphi_\alpha(\{x, c, v\}) = \{cx(1-x), (c+v)[_{3.9}^{4.0}, v\}, \quad (5.7)$$

przy czym notacja  $[_{3.9}^{4.0}$  oznacza ograniczenie wartości do przedziału  $[3.9, 4.0]$  według wzoru:

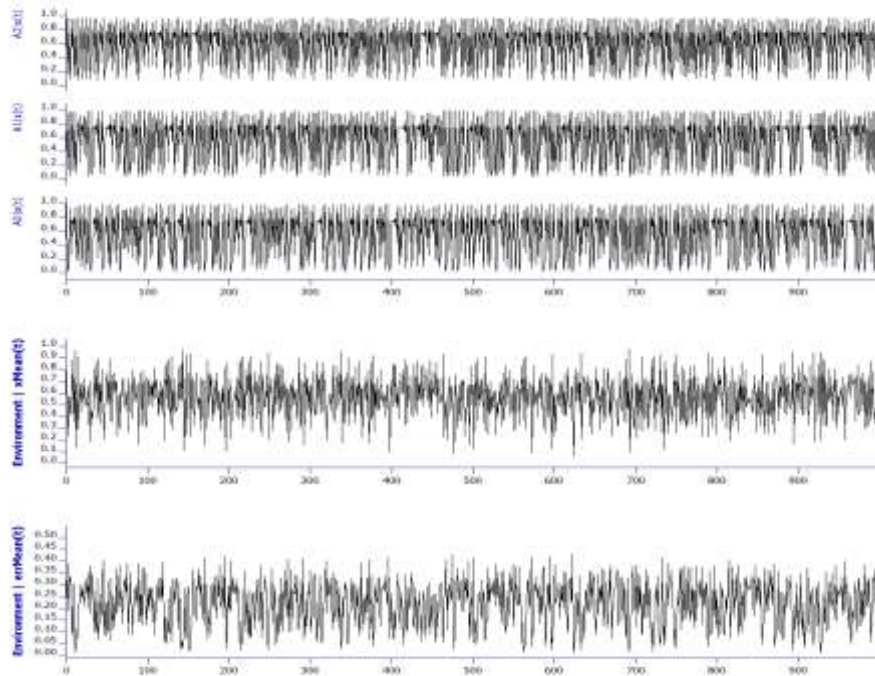
$$c_{3,9}^{4,0} = \begin{cases} 3.9 & \text{gdy } c < 3.9 \\ c & \text{gdy } 3.9 \leq c \leq 4.0 \\ 4.0 & \text{gdy } c > 4.0 \end{cases} \quad (5.8)$$

Z punktu widzenia chronologii zmian stanu agenta nie ma znaczenia, czy zmodyfikowana wartość współczynnika  $c$  będzie uwzględniona w bieżącej iteracji odwzorowania logistycznego, czy w iteracji bezpośrednio następnej, nie zmienia to bowiem następstwa zdarzeń, a jedynie ich podział pomiędzy poszczególne iteracje. Z tego względu we wzorze (5.7) oraz dalszych użyte są prostsze w zapisie warianty wyrażeń zamiast bardziej skomplikowanych, choć przedstawiających wprost następstwo przekształceń.

Równoległe z funkcją  $\varphi_\alpha$  określić można funkcję przejścia środowiska  $\varphi_E$ . Jej rola polega na wyznaczaniu średnich wartości  $x$  oraz  $\delta$  w obrębie zbioru agentów, a zatem:

$$\varphi_E(\{\bar{x}, \bar{\delta}\}, \mathbf{A}) = \left\{ \frac{1}{n_A} \sum_{k \in I_A} x_k, \frac{1}{n_A} \sum_{k \in I_A} |x_k - \bar{x}| \right\}, \quad (5.9)$$

gdzie  $\mathbf{A}$  jest stanem zbioru agentów,  $n_A$  liczbą agentów w systemie, zaś  $I_A$  oznacza zbiór indeksów numerujących agenty.



Rys. 5.7. Eksperyment z systemem o 3 agentach w stanie izolowanym wewnętrznie. Zobrazowano pierwsze 1000 iteracji. Wykresy ilustrują w kolejności od góry: zmienne  $x$  agentów,  $\bar{x}$  oraz  $\bar{\delta}$ .

Poprzestając na wprowadzeniu jedynie tych dwóch funkcji,  $\varphi_\alpha$  oraz  $\varphi_E$ , można obserwować już pewną dynamikę systemu multiagentowego w stanie wewnątrznie izolowanym. Poszczególne agenty iterując własną funkcję przejścia poruszają się po różnych, niezależnych trajektoriach począwszy od pewnego stanu początkowego, który przed rozpoczęciem eksperymentu ustalany jest losowo. Przykładowy przebieg ewolucji stanu systemu w jednym z eksperymentów przedstawia rys. 5.7.

Obserwacja chaotycznego zachowania agentów w opisywanym dotychczas systemie skłania do postawienia następującego problemu badawczego: czy możliwe jest doprowadzenie do synchronizacji zmiennej stanu  $x$  wszystkich agentów rozpoczynających iteracje od losowo wybranych punktów. Odpowiedź na to pytanie zależy od przyjętej metody synchronizacji agentów. Trywialnym przykładem rozwiązania postawionego problemu jest jawne zrównanie stanu wszystkich agentów oznaczające umieszczenie ich w tym samym punkcie przestrzeni stanów. Ponieważ system jest deterministyczny, agenty od chwili takiego zrównania poruszać się będą po jednej, wspólnej trajektorii.

Podjęte przez autora rozprawy poszukiwania nietrywialnej odpowiedzi na pytanie o synchronizację systemu koncentrują się na spontanicznym wyrównaniu stanów agentów zachodzącym w zdeterminowany, lecz chaotyczny sposób. Aby trajektorie agentów mogły ulec zbliżeniu, agenty muszą oddziaływać między sobą, co w systemie MACS możliwe jest dzięki udziałowi środowiska wytwarzającego wektory reakcji lokalnych. Wektory te przenoszą w sobie wielkości interpretowane tak samo, jak zmienne stanu agenta. Najprostszym sposobem użycia wektora reakcji lokalnej jest rozprzestrzenianie za jego pomocą wzorcowej wartości  $x$ , do której dążyłyby synchronizujące się agenty. W eksperymentach symulacyjnych wybrane zostało jednak następujące, nie bezpośrednie podejście.

Założono, że środowisko oddziałuje wyłącznie na prędkość zmian współczynnika logistycznego danego agenta, a zatem wywiera jedynie pośredni wpływ na trajektorię jego zmiennej  $x$ . Co więcej, jest to wpływ nieprzewidywalny ze względu na chaotyczny charakter dynamiki agenta. Środowisko systemu nie może więc sterować zachowaniem agentów wprost, lecz w sposób przypominający raczej próbę wyrównania rytmu spadających kropli poprzez szybsze lub wolniejsze przekręcanie zaworów na kilku kapiących kranach, z których każdy zachowuje się chaotycznie [Neda1996]. Człowiek postawiony w sytuacji tej analogii postępowałby zgodnie z pewną praktyczną procedurą, która może na przykład mieć formę prostego przepisu: jeżeli dany kran kapie w odmiennym rytmie, zacznij przekręcać jego zawór dopóki rytm nie będzie zgodny, a jeśli to nie pomaga, spróbuj przekręcać zawór w przeciwnym kierunku.

Środowisko systemu MACS może zachowywać się według podobnego schematu podczas synchronizowania agentów iterujących odwzorowanie logistyczne. Aby jednak ocenić, czy rytm agentów zmierza do uzgodnienia, konieczne jest porównywanie ich obecnego stanu ze stanem przeszłym. System MACS nie posiada w swej konstrukcji wyodrębnionych elementów pełniących funkcję pamięci minionych stanów. Podobnie do swoich rzeczywistych pierwowzorów, które jako pamięć wykorzystują fragment informacji zawar-

tych we własnym wektorze stanu, agenty MACS mogą zostać wyposażone w pamięć poprzez przypisanie tej funkcji podzbiorowi zmiennych stanu. Z tego względu agenty eksperymentalnego modelu uzyskały dodatkową zmienną stanu, reprezentującą odchylenie  $\delta$  agenta w danej iteracji:

$$\mathbf{a} = \{x, c, v, \delta\}, \quad (5.10)$$

zaś funkcja przejścia agenta uległa stosownej modyfikacji:

$$\varphi_\alpha(\{x, c, v, \delta\}) = \{cx(1-x), (c+v)[_{3.9}^{4.0}, v, \delta\} \quad (5.11)$$

Ponieważ zmiana rozmiaru wektora stanu dotyczy jedynie agentów, funkcja przejścia środowiska  $\varphi_E$  wyrażona (5.9) pozostała niezmienniona w zapisie.

Po rozszerzeniu stanu agentów o zmienną pełniącą rolę pamięci można powrócić do definiowania pozostałych funkcji systemu:  $\rho_\alpha$ ,  $\lambda$  oraz  $\rho_E$ . Zadaniem funkcji recepcji agenta jest odbieranie od środowiska dwóch bodźców niosących informację o prędkości zmian współczynnika logistycznego oraz wartości odchylenia danego agenta. Funkcja  $\rho_\alpha$  spośród czterech elementów wektora reakcji lokalnej wykorzystuje więc jedynie dwa podstawiając ich wartości do korespondujących zmiennych stanu agenta:

$$\rho_\alpha(\{x, c, v, \delta\}, \{x^\lambda, c^\lambda, v^\lambda, \delta^\lambda\}) = \{x, c, v^\lambda, \delta^\lambda\} \quad (5.12)$$

W powyższym wzorze, podobnie jak w wyrażeniach poniżej, indeks górny  $\lambda$  oznacza elementy wektora reakcji lokalnej. Po aktywowaniu funkcji  $\rho_\alpha$  agent otrzymuje nową wartość odchylenia, wyliczoną w danej iteracji i przechowywaną do iteracji następnej, a także nową wartość  $v$  wyznaczoną przez środowisko zależnie od tego, czy dany agent zbliża się do stanu synchronizacji, czy od niego oddala.

Zadanie wyznaczenia  $v^\lambda$  oraz  $\delta^\lambda$  spoczywa na funkcji reakcji lokalnej środowiska. Obliczenie odchylenia agenta w tej funkcji jest proste i opiera się na wzorze analogicznym do (5.5):

$$\delta^\lambda = |x - \bar{x}|, \quad (5.13)$$

gdzie wartość  $x$  pochodzi ze stanu agenta, dla którego wyznaczana jest reakcja lokalna, zaś  $\bar{x}$  ze stanu środowiska. Bardziej skomplikowane jest ustalenie nowej prędkości zmian  $v^\lambda$  dla danego agenta. Środowisko posługuje się tu algorytmem dającym się przedstawić w języku naturalnym następująco:

Jeżeli odchylenie agenta odbiega znacznie od średniego odchylenia, to  
 wyznacz ponownie prędkość zmian współczynnika  $c$ ,  
 w przeciwnym razie  
 jeżeli odchylenie agenta zmalało w tej iteracji, to  
 zmniejsz prędkość zmian współczynnika  $c$ ,  
 w przeciwnym razie  
 odwróć kierunek zmian współczynnika  $c$ .

Zapisując to bardziej formalnie:

$$v^\lambda = \begin{cases} f_v(\delta^\lambda) & \text{gdy } \frac{\delta^\lambda}{\bar{\delta}} > r_{\max} \\ d_v v & \text{gdy } \frac{\delta^\lambda}{\bar{\delta}} \leq r_{\max} \wedge \delta^\lambda < \delta \\ -v & \text{gdy } \frac{\delta^\lambda}{\bar{\delta}} \leq r_{\max} \wedge \delta^\lambda \geq \delta \end{cases} \quad (5.14)$$

gdzie  $\delta$  i  $v$  są zmiennymi stanu agenta,  $\bar{\delta}$  pochodzi ze stanu środowiska, natomiast pozostałe symbole oznaczają:

$r_{\max}$  – współczynnik progowy ponownego wyznaczenia  $v$ ,

$f_v$  – funkcję ponownego wyznaczenia  $v$ ,

$d_v$  – współczynnik redukcji  $v$ ,  $0 < d_v < 1$ .

Szybkość zmian współczynnika  $c$  mnożona przez  $-1$  lub  $d_v$  może jedynie ulegać zwolnieniu, dlatego aby zapobiec utknięciu procesu w niepożądanym punkcie wobec znacznej dysproporcji odchylenia danego agenta i średniego odchylenia, przekraczającej wartość progową  $r_{\max}$ , prędkość zmian współczynnika  $c$  ustalana jest ponownie na pewną arbitralnie obliczoną wartość i proces stopniowego spowalniania zmian  $c$  powtarza się. Rolą funkcji  $f_v$  jest ustalanie wyjściowej wartości  $v$  podczas tych nawrotów algorytmu zależnie od wartości odchylenia danego agenta.

Biorąc pod uwagę zależności (5.13) i (5.14) można funkcję reakcji lokalnej środowiska przedstawić jako:

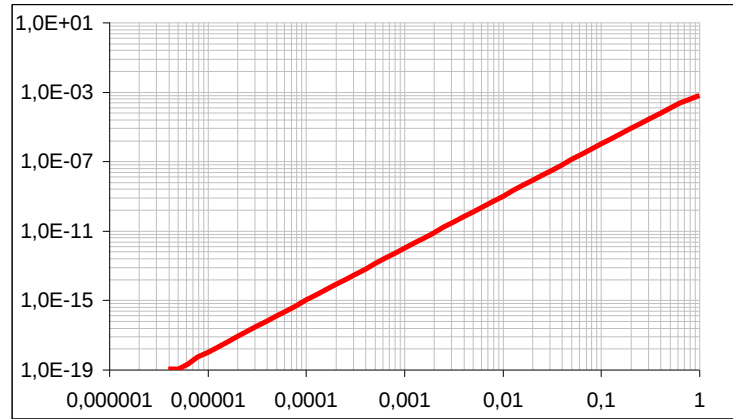
$$\lambda(\{\bar{x}, \bar{\delta}\}, \mathbf{A}, \{x, c, v, \delta\}) = \{0, 0, v^\lambda, \delta^\lambda\} \quad (5.15)$$

Wartości zerowe w wektorze reakcji lokalnej podkreślają fakt ich pomijania przez funkcję recepcji agenta.

W opisywanych w następnym rozdziale eksperymentach symulacyjnych przyjęte zostały następujące założenia:

$$\begin{aligned} r_{\max} &= 1.5 \\ d_v &= 0.9 \\ f_v(\delta) &= 0.001 \cdot (1 - e^{-\delta^3}) \end{aligned} \quad (5.16)$$

Funkcję  $f_v$  przedstawiono graficznie na rys. 5.8.



Rys. 5.8. Wykres funkcji  $f_v$  przyjętej w eksperymentach symulacyjnych.

Do uzupełnienia opisu systemu używanego w doświadczeniach komputerowych pozostaje jeszcze określenie funkcji recepcji środowiska. Ze względu na cel eksperymentów system nie wymaga odbioru bodźców spoza środowiska, wobec czego dla uproszczenia symulacji skonstruowany został jako system izolowany zewnętrznie poprzez umieszczenie w nim funkcji  $\bar{\rho}_E$  wprowadzonej w (3.31). Zatem:

$$\bar{\rho}_E(\{\bar{x}, \bar{\delta}\}, \mathbf{s}) = \{\bar{x}, \bar{\delta}\}, \quad (5.17)$$

gdzie  $\mathbf{s}$  oznacza ignorowany wektor bodźca zewnętrznego.

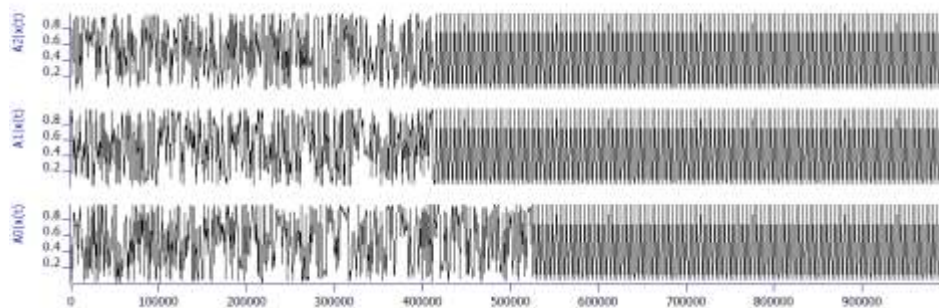
Podsumowując dotychczasowy wywód można stwierdzić, że składniki wymienione w (5.6), (5.9), (5.10), (5.11), (5.12), (5.15) oraz (5.17) budują razem izolowany zewnętrznie multiagentowy system chaotyczny nie rozróżniający agentów. Klasyfikacja systemu ze względu na obserwowany rodzaj zachowania chaotycznego w stanie izolacji wewnętrznej pozwala umieścić go wstępnie w klasie systemów z chaosem jawnym bądź utajonym. Dokładne określenie klasy systemu możliwe będzie dopiero po uwzględnieniu wyników dalszych doświadczeń, których opis nastąpi poniżej.

### 5.3 Wyniki symulacji komputerowych

Przyjęty w eksperymentach modelowy system MACS reprezentuje w istocie całą klasę systemów o jednakowej dynamice agentów, lecz różnej ich liczbie. Zmiana liczebności agentów wiąże się jedynie z adaptacją funkcji środowiska, które podczas wyznaczania średnich wartości  $\bar{x}$  oraz  $\bar{\delta}$  musi uwzględniać odpowiednią ilość składników sum w wyrażeniu (5.9). W implementacji komputerowej systemu jest to zabieg prosty i nie wymaga konstruowania osobnych modeli o różnych liczbach agentów. Korzystając ze środowiska CAMEL można przeprowadzać serie doświadczeń symulacyjnych wybierając przed rozpoczęciem danej serii liczebność agentów zawartych w modelu. Ze

względem na występujący przy zwiększaniu liczby agentów bardzo szybki wzrost złożoności obliczeniowej eksperymentów, pociągający za sobą wydłużenie rzeczywistego czasu symulacji, zwiększenie ilości rejestrowanych danych i spowolnienie ich analizy, biorąc pod uwagę zasoby oferowane przez dostępny autorowi sprzęt komputerowy zasadniczą część doświadczeń przeprowadzono posługując się systemem zawierającym trzy agenty.

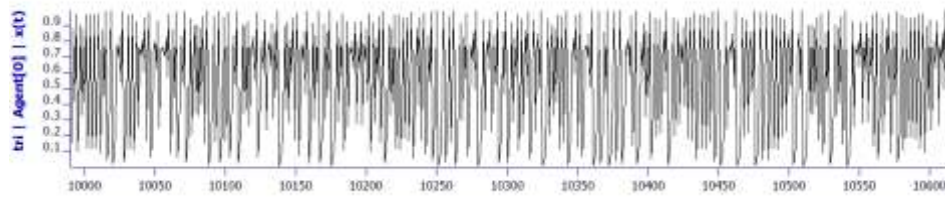
Podczas wszystkich eksperymentów w modelu trójagentowym dała się obserwować podobna, trójfazowa ewolucja stanu systemu. Początkowo system prezentował dynamikę w pełni chaotyczną obejmującą wszystkie agenty. Po fazie chaotycznej system przechodził do drugiej, przejściowej fazy częściowej synchronizacji, podczas której dwa spośród trzech agentów rozpoczynały zgodne oscylacje, podczas gdy trzeci nadal podlegał dynamice chaotycznej. Wreszcie po przejściu do trzeciej fazy pełnej synchronizacji wszystkie agenty wkraczały na zgodne trajektorie okresowe i w systemie zanikał chaos. Ten wzorzec trójfazowej ewolucji, zilustrowany na rys. 5.9, powtarzał się niezależnie od wybranego przypadkowo stanu początkowego systemu.



Rys. 5.9. Trajektorie zmiennej stanu  $x$  agentów w systemie trójagentowym. Po początkowej fazie chaotycznej (około 400 000 iteracji) następuje częściowa i pełna synchronizacja orbit agentów. Dla zachowania przejrzystości wykresu przedstawiono wartości  $x$  wybrane co 1001 iteracji.

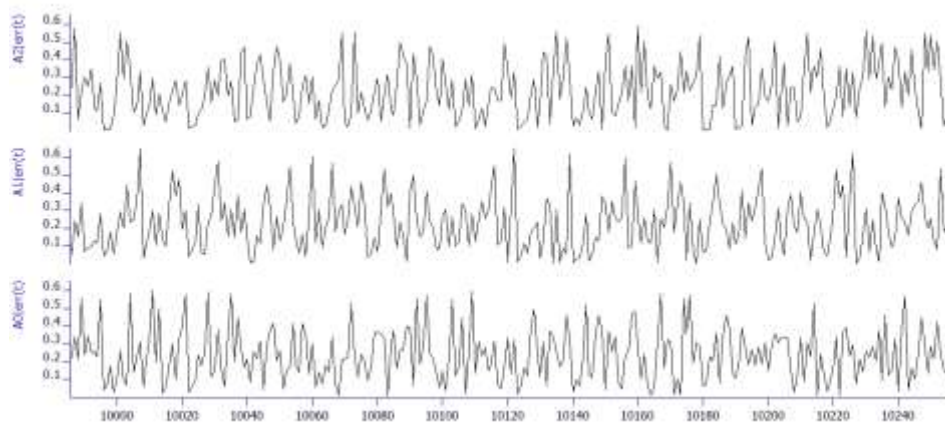
Procedura synchronizacji stanu agentów osiąganą w drodze regulowania prędkości zmian współczynnika logistycznego okazała się zatem skuteczna. Zależnie jednak od początkowego stanu systemu położenie chwili osiągnięcia synchronizacji w symulowanym czasie zmienia się w szerokim zakresie. Faza chaotyczna eksperymentu trwa od kilkuset tysięcy do kilku milionów iteracji, faza częściowej synchronizacji jest od niej znacznie krótsza. Osiągnięta przez system pełna synchronizacja jest natomiast stanem trwałym i nie ulega przejściu w inny wzorzec dynamiki pomimo kontynuowania symulacji przez dalsze kilkaset milionów iteracji.

Początkową fazę chaotycznej dynamiki systemu wypełniają trajektorie, obserwowane dla zmiennej stanu  $x$  agentów, przypominające swoim przebiegiem typowy chaotyczny szereg czasowy generowany przez odwzorowanie logistyczne. Krótki fragment trajektorii pojedynczego agenta zarejestrowanej podczas jednego z eksperymentów zawiera rys. 5.10.



Rys. 5.10. Trajektoria zmiennej stanu  $x$  jednego agenta w systemie trójągentowym. Przedstawiono kilkaset kolejnych iteracji z fazy chaotycznej dynamiki systemu.

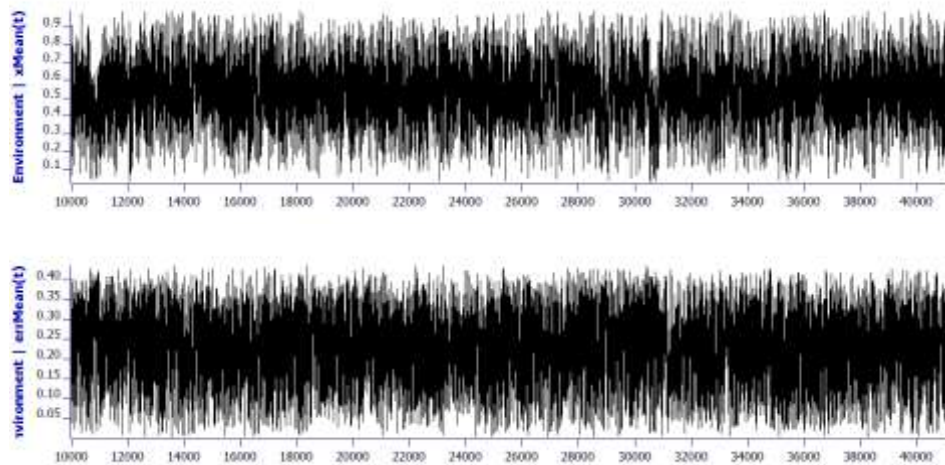
Podczas tej fazy eksperymentu wartości  $x$  poszczególnych agentów różnią się w tych samych chwilach, gdyż agenty nie są zgodne w nieokresowych oscylacjach. Rozbieżności stanu powodują, że każdy agent może przyjmować inne odchylenie  $\delta$  w danej iteracji. Trajektorie tej ostatniej zmiennej stanu również są chaotyczne, choć ich wygląd różni się od logistycznego szeregu czasowego, co prezentuje rys. 5.11.



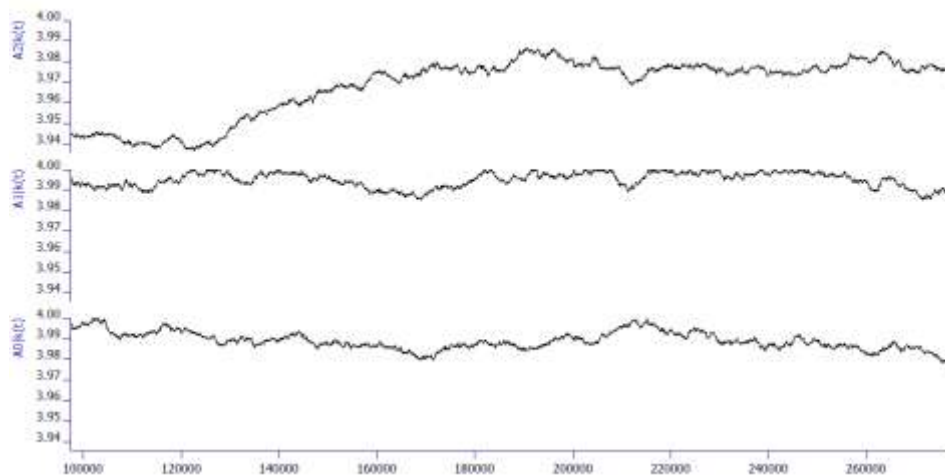
Rys. 5.11. Przebieg zmian odchylenia  $\delta$  agentów w systemie trójągentowym. Przedstawiono kilkaset kolejnych iteracji z fazy chaotycznej dynamiki systemu.

Oprócz nieregularnych zachowań agentów fazę chaotycznej dynamiki systemu charakteryzują także nieokresowe przebiegi zmiennych stanu środowiska. Jak można oczekiwać, wartość  $\bar{x}$  oraz  $\bar{\delta}$  również zmienia się chaotycznie, choć podobnie, jak w przypadku  $\delta$ , nie jest to szereg logistyczny. Ilustruje to rys. 5.12.

Obserwowane w fazie chaotycznej trajektorie zmiennej stanu  $x$  agentów nie są jednak oryginalnym przebiegiem generowanym przez iterowane odwzorowanie logistyczne, choć są podobne do niego wizualnie. W kolejnych bowiem iteracjach ulega zmianom współczynnik  $c$  z prędkością indywidualnie ustalaną przez poszczególne agenty zgodnie z przyjętą procedurą synchronizacji. Zmiany  $c$  przypominają dynamikę błędzenia przypadkowego, przykładowy ich przebieg w jednym z eksperymentów obrazuje rys. 5.13.

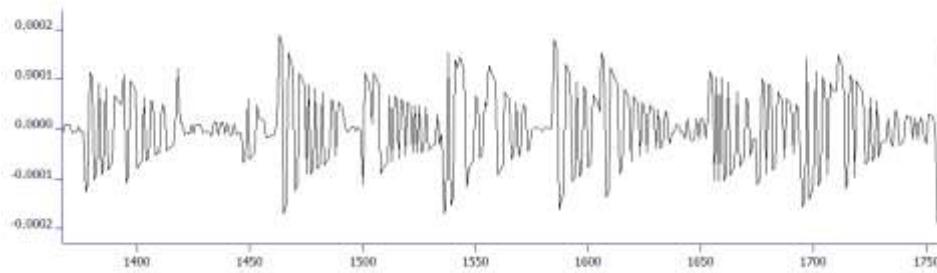


Rys. 5.12. Trajektoria zmiennych stanu  $\bar{x}$  (górny wykres) oraz  $\bar{\delta}$  (dolny wykres) środowiska w systemie trójagentowym. Przedstawiono co dwudziestą iterację wycinka fazy chaotycznej dynamiki systemu.



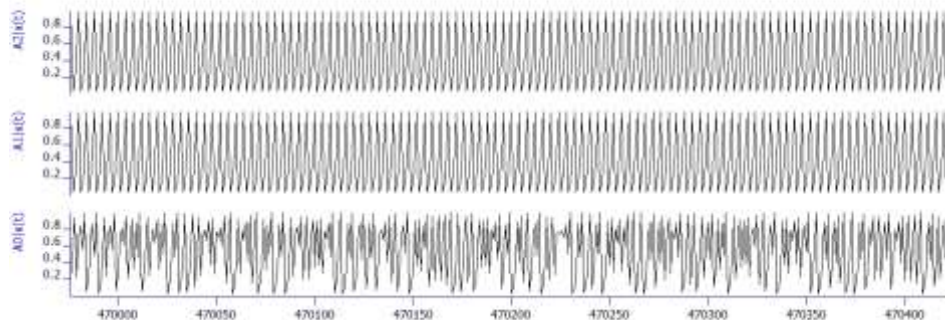
Rys. 5.13. Przebieg zmian współczynnika  $c$  agentów w systemie trójagentowym. Przedstawiono co dwusetną iterację wycinka fazy chaotycznej dynamiki systemu.

Błądzeniu wartości  $c$  towarzyszą charakterystyczne zmiany prędkości  $v$ , odpowiadające strategii poszukiwania stanu synchronizacji. Trajektorie tych zmian przedstawia rys. 5.14, na którym przedstawiono typowy przebieg  $v$  podczas fazy chaotycznej eksperymentu symulacyjnego. Wykres ten stanowi ilustrację roli, jaką w dynamice systemu odgrywa funkcja reakcji lokalnej środowiska, a przede wszystkim jej komponent (5.14). Podczas ewolucji systemu prędkość  $v$  maleje pod względem modułu wartości lub zmienia znak na przeciwny, co wywołuje tłumione oscylacje wokół wartości zerowej. Co pewną zmienną liczbę iteracji, gdy odchylenie  $\delta$  danego agenta stanie się zbyt duże w stosunku do średniego odchylenia  $\bar{\delta}$ , wartość  $v$  ulega reinicjalizacji powodując skokowy wzrost amplitudy wahań.



Rys. 5.14. Trajektoria zmiennej stanu  $v$  jednego agenta w systemie trójagentowym. Przedstawiono kilkaset kolejnych iteracji z fazy chaotycznej dynamiki systemu.

Po wykonaniu pewnej liczby iteracji błędzenie wartości współczynnika logistycznego sprawia, że część agentów (w przypadku systemu trójagentowego będą to zawsze dwa agenty) odnajduje bliskie trajektorie i poprzez dalsze, subtelniejsze zmiany wartości  $c$  następuje uzgodnienie ich dynamiki. System przechodzi wówczas do fazy częściowej synchronizacji zilustrowanej na rys. 5.15.

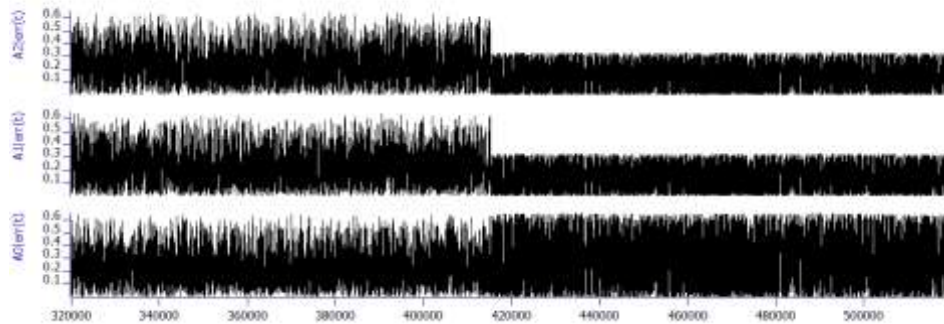


Rys. 5.15. Trajektorie zmiennej stanu  $x$  agentów w systemie trójagentowym. Przedstawiono kilkaset kolejnych iteracji z fazy częściowej synchronizacji systemu.

Podczas tej fazy eksperymentu agenty zgodne w swoich trajektoriach nie zmieniają w zauważalny sposób współczynników logistycznych, natomiast trzeci agent kontynuuje próby synchronizacji. To zróżnicowanie dynamiki wynika z dysproporcji odchyłeń  $\delta$  agentów, zobrazowanej na rys. 5.16. Odchylenie jednego z nich od wartości  $\bar{x}$  znacznie bowiem odbiega od zbliżonych i mniejszych odchyłeń pozostałych agentów. Powoduje to częste nawroty algorytmu synchronizacyjnego działającego teraz na rzecz agenta pozostającego w trajektorii chaotycznej.

Agenty zgodnie poruszające się po trajektoriach cyklicznych nie ulegają rozdzieleniu, gdyż ich odchylenia są mniejsze od średniej odchyłeń wszystkich agentów, a to po odpowiedniej liczbie iteracji prowadzi do wytłumienia zmian współczynników logistycznych. Dalsza ewolucja systemu zmierza ku osiągnięciu pełnej synchronizacji znacznie szybciej, niż poprzednio, ponieważ

zmniejsza się liczba agentów oczekujących na uzgodnienie stanu. Na koniec system wkracza w fazę synchroniczną, ostatni agent dostosowuje swój stan do pozostałych i na tym kończą się wyraźne etapy zmian dynamiki systemu, widoczne na rys. 5.17.



Rys. 5.16. Przebieg zmian odchylenia  $\delta$  agentów w systemie trójagentowym. Na wykresie przedstawiono co setną iterację. W pobliżu iteracji 415 000 następuje przejście od fazy chaotycznej do fazy częściowej synchronizacji obejmującej dwa agenty (górne wykresy).

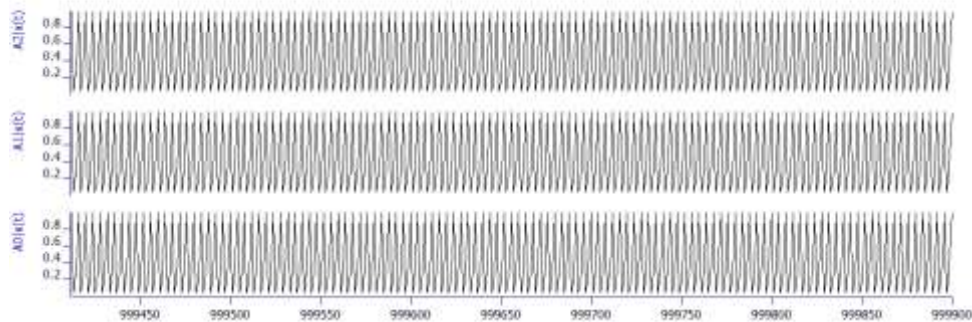


Rys. 5.17. Przebieg zmian współczynnika  $c$  agentów w systemie trójagentowym. Na wykresie przedstawiono co dwusetną iterację. System przechodzi z fazy chaotycznej do fazy częściowej i pełnej synchronizacji.

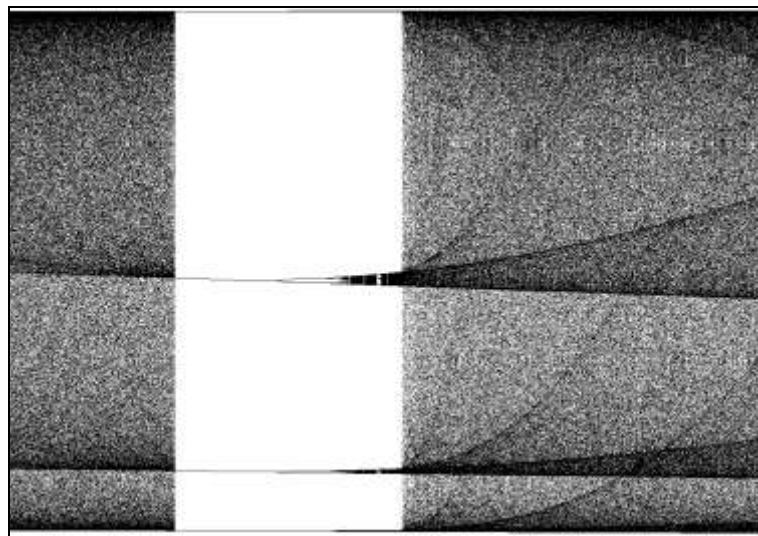
Uzyskany stan synchronizacji w przypadku systemów trójagentowych obejmował we wszystkich przeprowadzonych eksperymentach cykl o długości 4 iteracji lub zbliżony do niego cykl będący wielokrotnością 4 iteracji. Typową trajektorię okresową w tym stanie prezentuje rys. 5.18.

Po osiągnięciu fazy synchronizacji współczynniki  $c$  wszystkich agentów systemu ustalają się w pobliżu tej samej wartości, wynoszącej około 3.96. Wartość ta powtarza się w eksperymentach symulacyjnych przy różnych wylosowanych warunkach początkowych. Aby wyjaśnić tę prawidłowość, należy ponownie odwołać się do diagramu Feigenbauma dla odwzorowania logistycznego. Wartość 3.96 odpowiada jednemu z szerszych okien okresowych występujących w przedziale zmienności współczynnika  $c$  ustalonym na  $[3.9, 4.0]$ . Wspomniane okno, powiększone na rys. 5.19, jest otoczone

wąskimi pasmami innych krótkich trajektorii okresowych, pasma te są jednak na tyle wąskie, że w przyjętym modelu doświadczalnym agenty nie wykorzystują ich do uzgodnienia swoich stanów.



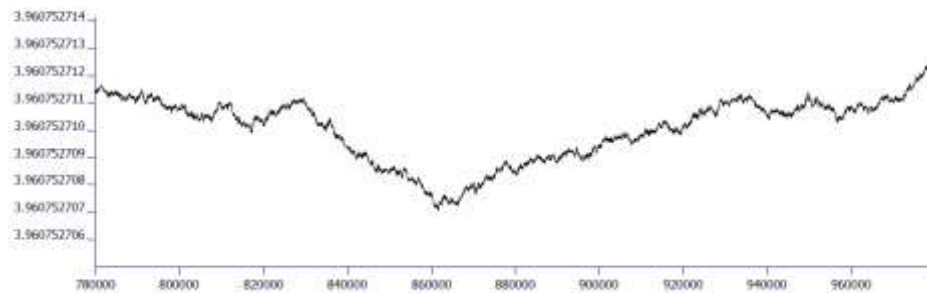
Rys. 5.18. Trajektorie zmiennej stanu  $x$  agentów w systemie trój-agentowym. Przedstawiono kilkaset kolejnych iteracji z fazy pełnej synchronizacji systemu.



Rys. 5.19. Diagram Feigenbauma dla odwzorowania logistycznego. Powiększony fragment diagramu dla przedziału  $c$  [3.959, 3.964]. Widoczne duże okno okresowe obejmuje przedział [3.96010, 3.96159], który odpowiada jednemu z dwóch szerszych okien z rys. 5.6.

Deterministyczne, choć podlegające chaotycznej nieregularności błędzenie współczynników  $c$  powoduje, że po dostatecznie dużej liczbie iteracji wartości tych współczynników znajdują się w obrębie tego samego okna okresowego. Jeżeli pozostaną w nim przez pewien czas, silne przyciąganie orbity okresowej może wprowadzić agenty w zgodny cykl. Uważna analiza stanu agentów wskazuje jednak, że po osiągnięciu synchronizacji zmiany wartości współczynnika  $c$  nadal zachodzą, choć w znacznie mniejszej skali. Są one 8 rzędów wielkości mniejsze niż w fazie chaotycznej i powodują jedynie powolny dryf współczynnika logistycznego, zilustrowany w bardzo dużym powiększeniu na rys. 5.20. Jest to wyrazem stałej gotowości systemu do poszukiwania stanu

synchronizacji, a jednocześnie potwierdza brak arbitralnej, jawnie wprowadzonej definicji owego stanu, którą system mógłby się posługiwać podejmując decyzję zaprzestania dalszych poszukiwań. Z powodu dryfu ustalone przez poszczególne agenty współczynniki logistyczne różnią się nawet o około 0.00025 swojej wartości. Choć leżą w obrębie tego samego okna okresowego diagramu Feigenbauma, mogą jednak lokalizować się w nieco różnych jego fragmentach sięgając także poza położone tam punkty bifurkacji. Tłumaczy to, dlaczego synchroniczne trajektorie stanowią cykle długości 4 iteracji lub cykle będące efektem podwojenia tego okresu pewną liczbę razy.

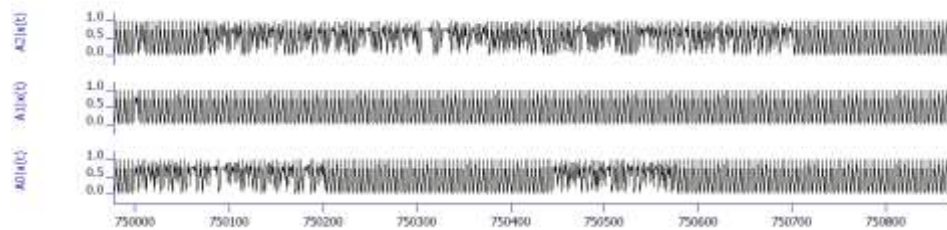


Rys. 5.20. Przebieg zmian współczynnika  $c$  jednego agenta w systemie trójagentowym. Przedstawiono co setną iterację wycinka fazy pełnej synchronizacji systemu. Pionowa oś wartości została przeskalowana, aby uwidocznić zmiany  $c$  rzędu  $10^{-10}$ .

Stała gotowość systemu do podejmowania prób synchronizacji powinna zapewniać mu również odporność na zakłócenia zgodności agentów. Ponieważ współczynniki  $c$  są w tym stanie bardzo zbliżone, zaburzenie trajektorii innych zmiennych stanu agentów nie musi zdestabilizować systemu, gdyż w niedużej liczbie iteracji przynajmniej część agentów może odzyskać synchronizm zanim ich współczynniki logistyczne w wyniku zmian opuszczą okno okresowe. Aby zbadać stabilność systemu w takiej sytuacji przeprowadzono dodatkową serię eksperymentów, podczas których po osiągnięciu fazy synchronizacji wywoływano zaburzenie obejmujące wszystkie agenty i polegające na losowym przypisaniu zmiennej stanu  $x$  wartości z przedziału  $[0, 1]$ .

Obserwacje zaburzonych w ten sposób systemów potwierdziły oczekiwaną zdolność powracania do stanu pełnej synchronizacji. Powrót odbywał się znacznie szybciej, niż osiąganie pierwotnej synchronizacji na początku eksperymentu i prowadził poprzez zmienną ilość przejściowych faz, podczas których różne agenty traciły i odzyskiwały regularność oscylacji. Przykładowy przebieg takiego doświadczenia przedstawia rys. 5.21.

Przywrócenie okresowości trajektorii agentów wymagało zaledwie około kilkuset do kilku tysięcy iteracji, po których współczynniki logistyczne ulegały ustaleniu na innym niż poprzednio, choć zbliżonym poziomie, tak jak ilustruje to rys 5.22. Wartości współczynników pozostawały nadal zlokalizowane wewnątrz tego samego okna okresowego diagramu Feigenbauma, dlatego też odzyskany cykl zachowywał czterowartościowy okres.



Rys. 5.21. Zaburzenie zmiennej stanu  $x$  agentów w systemie trójagentowym w stanie synchronizacji. Przedstawiono kilkaset kolejnych iteracji. Zaburzenie wymuszono w 750 000 iteracji, po około 700 iteracjach system powraca do stanu synchronizacji.

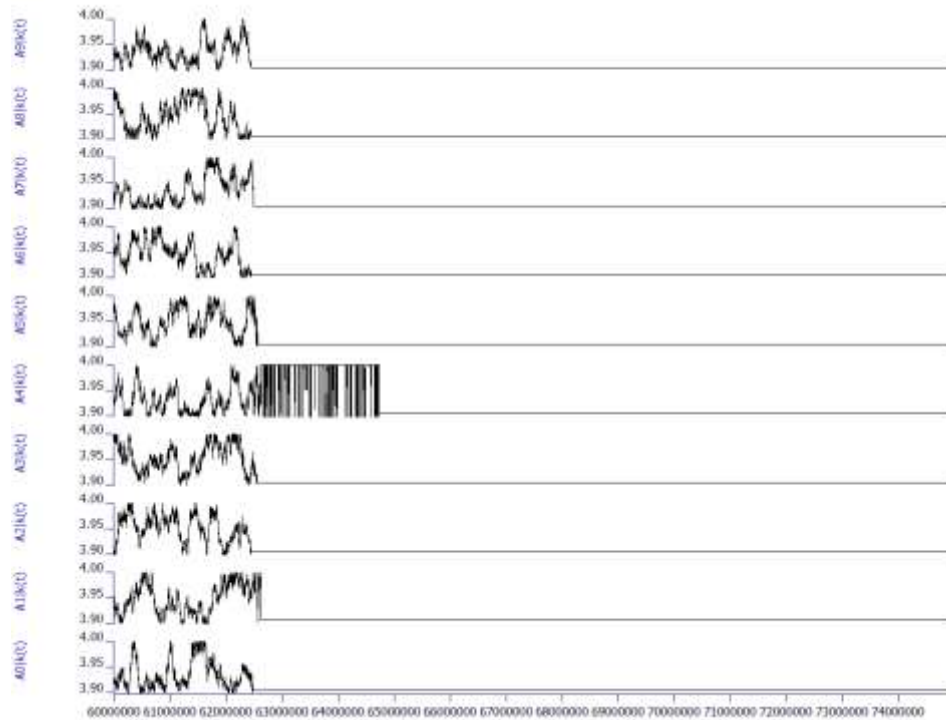


Rys. 5.22. Efekt wymuszonego zaburzenia stanu agentów w systemie trójagentowym w stanie synchronizacji. Przedstawiono wartości współczynnika  $c$  w iteracjach poprzedzających i następujących po zaburzeniu.

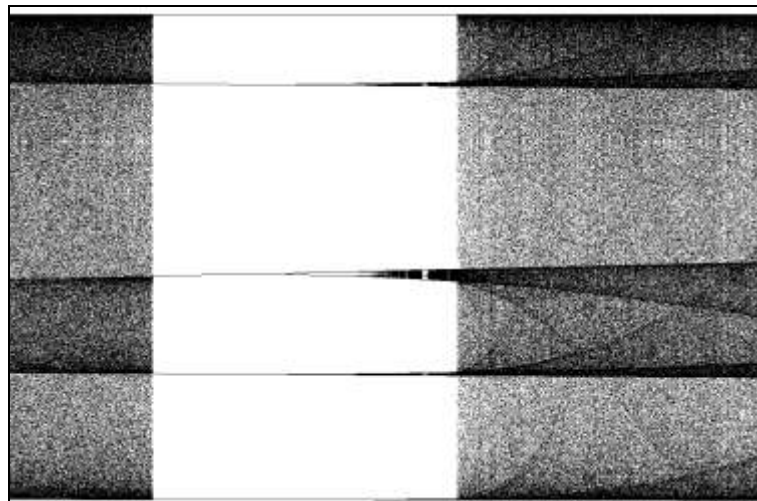
Opisane powyżej eksperymenty wykorzystywały trójagentowy model symulacyjny wybrany ze względu na jego prostotę i niską złożoność obliczeniową. Aby uzupełnić te obserwacje podjęto próby przeprowadzenia analogicznych doświadczeń symulacyjnych dla bardziej złożonego systemu MACS, zawierającego dziesięć agentów, których dynamika pozostała określona w taki sam sposób, jak w przypadku systemów z trzema agentami. Rozbudowa modelu związana ze zwiększeniem liczby agentów z trzech do dziesięciu spowodowała jednak bardzo znaczny wzrost ilości zasobów obliczeniowych niezbędnych do przeprowadzenia symulacji, z tego też powodu podczas prac nad niniejszą rozprawą udało się przeprowadzić tylko jeden pełny eksperyment z udziałem dziesięcioagentowego systemu. Uzyskano w nim ponad 35 gigabajtów danych. Potrzeba sprawnego przetwarzania szeregów czasowych o takich rozmiarach pozostaje motywacją dalszego udoskonalania środowiska CAMEL.

System złożony z większej liczby agentów iterujących odwzorowanie logistyczne wymaga znacznie dłuższego czasu symulacji zanim nastąpi jego przejście do fazy synchronicznej. W przeprowadzonym doświadczeniu system dziesięcioagentowy rozpoczął zgodne oscylacje okresowe dopiero po około 65 000 000 iteracji. Dla porównania należy przypomnieć, że w systemach trójagentowych faza synchronizacji osiągana była zazwyczaj po kilkuset

tysiącach iteracji. Na rys. 5.23. zilustrowano przebieg zmian współczynników  $c$  agentów podczas fragmentu symulacji obejmującego przejście z fazy dynamiki chaotycznej do stanu synchronizacji.

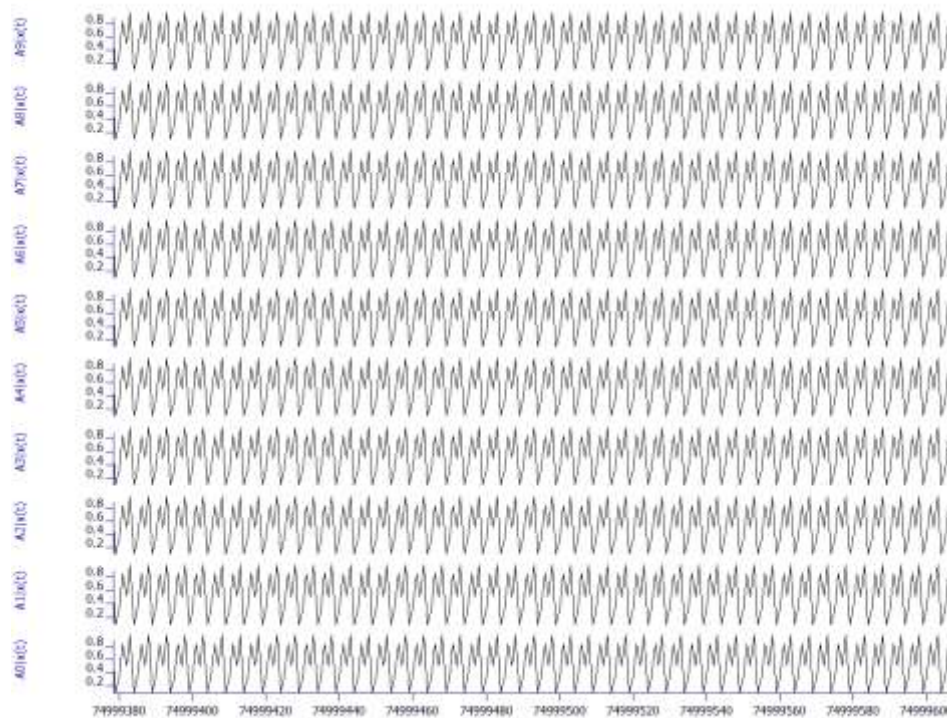


Rys. 5.23. Przebieg zmian współczynnika  $c$  agentów w systemie dziesięcioagentowym. Przedstawiono iteracje wybrane z krokiem co 5000 między 60 000 000 a 75 000 000. System przechodzi z fazy chaotycznej do fazy częściowej i pełnej synchronizacji.



Rys. 5.24. Diagram Feigenbauma dla odwzorowania logistycznego. Powiększony fragment diagramu dla przedziału  $c$  [3.905, 3.908]. Widoczne duże okno okresowe obejmuje przedział [3.90557, 3.90677], który odpowiada jednemu z dwóch szerszych okien z rys. 5.6.

Po uzgodnieniu stanów, podobnie jak w przypadku systemów o trzech agentach, wszystkie współczynniki logistyczne ustaliły się na zbliżonym poziomie. Skupiły się one jednak w pobliżu innej wartości, wynoszącej około 3.906, która również odpowiada oknu okresowemu diagramu Feigenbauma, widocznemu na rys. 5.24. Okno to reprezentuje trajektorię cykliczną o okresie pięciu iteracji, takiej samej długości jest też cykl generowany przez zsynchronizowane agenty, których zachowanie prezentuje rys 5.25.



Rys. 5.25. Cykliczne trajektorie zmiennej stanu  $x$  agentów w systemie dziesięcioagentowym w fazie synchronizacji. Na wykresie przedstawiono kilkaset kolejnych iteracji.

## 5.4 Wnioski

Wyniki uzyskane podczas eksperymentów symulacyjnych prowadzonych na modelowym systemie MACS, złożonym z chaotycznych agentów iterujących odwzorowanie logistyczne, wskazują możliwość rozwiązania problemu badawczego, postawionego w podrozdziale 5.2, dotyczącego samorzutnej synchronizacji stanu agentów. Wprowadzenie do dynamiki systemu stosunkowo prostej interakcji między agentami i środowiskiem, pozwalającej na sterowanie prędkością zmian współczynników logistycznych w agentach zgodnie z pewną procedurą, umożliwia wystąpienie zjawiska spontanicznego uzgodnienia trajektorii wszystkich agentów. Procedura synchronizująca jest deterministyczna i nie zawiera żadnych cech losowości, jednak jej działanie jest nieprzewidywalne, nie poddaje się bowiem prognozowaniu na podstawie przeszłości systemu. Droga, jaką system od dynamiki chaotycznej dochodzi do

zachowania regularnego, jest sama w sobie trajektorią chaotyczną, choć całkowicie zdeterminowaną przez stan początkowy. Stabilizacja zachowania agentów nie jest w tym wypadku skutkiem pomyślnego zbiegu okoliczności, lecz nieodłączną cechą samego systemu, niezależną od warunków początkowych i obserwowaną we wszystkich eksperymentach symulacyjnych.

Wykorzystując powyższe obserwacje oraz zachowanie indywidualnych agentów odizolowanych od reszty systemu można przyjęty w eksperymentach model MACS sklasyfikować, zgodnie z podziałem dokonany w podrozdziale 3.4, jako system z chaosem utajonym (sMACS). Dynamika systemu rozważana w kontekście agentowym posiada wyraźne cechy chaosu, którego źródłem jest funkcja przejścia agenta. Regularne zachowanie izolowanych agentów jest sytuacją wyjątkową tak, jak wyjątkowe jest otrzymanie regularnych oscylacji generowanych przez iterowane odwzorowanie logistyczne przy losowo wybranych wartościach współczynnika logistycznego i przekształcanej zmiennej. W opozycji znajduje się zachowanie systemu w kontekście środowiskowym, gdzie regułą jest prosta, okresowa dynamika osiągana przy losowym stanie początkowym. Wstępna chaotyczna faza ewolucji systemu, obserwowana w doświadczeniach, jest jedynie przejściowym okresem dynamiki stanowiącym wyjątek od tej reguły.

Problem synchronizacji systemów chaotycznych stanowi przedmiot intensywnych badań, w ramach których sformułowano metody sterowania dynamiką chaotycznych oscylatorów oraz analityczne kryteria stanu synchronizacji [Pecora1997], [Sánchez2000], [Wang2002], [Wu2003]. Badania te obejmują zjawiska obserwowane w wielu różnorodnych procesach przyrodniczych, między innymi w układach reakcji chemicznych, dynamice obwodów elektronicznych czy emisji laserów półprzewodnikowych, a także w cyklach biologicznych, aktywności elektrycznej mózgu, skurczach mięśni trzewnych bądź w programach morfogenezy. Synchronizacja trajektorii rozważana jest w systemach sprzężonych ze sobą układów dynamicznych, które przekazując sygnały wpływają w precyzyjny, celowy sposób na swoje zachowanie. Wywołane podczas przedstawionych w tym rozdziale eksperymentów zjawisko synchronizacji multiagentowego systemu chaotycznego oparte jest jednak na nieco innym mechanizmie.

Opis systemu MACS używanego w doświadczeniach nad samorzutną synchronizacją posiada znamioną cechę, mianowicie sam stan synchronizacji nie jest w nim zdefiniowany i nie istnieje kryterium ilościowe ani jakościowe, które pozwalałoby odróżnić zgodne zachowanie agentów od ich chaotycznych rozbieżności. Przyjęte zostaje jedynie ogólne założenie, że zmniejszanie się odchyłeń agentów jest oznaką zbliżania się do stanu synchronizacji i dlatego powinno skłaniać do bardziej precyzyjnej regulacji parametrów agentów. Przeciwnie z kolei, nadmierny wzrost względnej rozbieżności między agentami świadczy, że system ominął pożądany stan i można powrócić do zgrubnej regulacji. Analogiczne postępowanie wydaje się słuszne w przypadku systemu nie zachowującego się chaotycznie, na przykład podczas dostrajania odbiornika radiowego do określonej częstotliwości. W systemie MACS regulowanym parametrem jest jednak prędkość zmian współczynnika logistycznego, a więc wartość, która podobnie, jak sam współczynnik, wpływa na zachowanie systemu w sposób nie dający się prognozować [Schuster1995].

Dlatego, pomimo zgodnego z intuicją postępowania, z powodu chaotycznej nieprzewidywalności nie tylko nie istnieje pewność, że zmiany parametrów systemu dadzą oczekiwany skutek, ale wręcz należy spodziewać się zupełnie innej reakcji.

Należy jednak zwrócić uwagę, że regulacja współczynników logistycznych agentów nie jest w istocie rezultatem procedury zaprogramowanej i wykonywanej przez system multiagentowy w sposób jawny i celowy, podobny do wykonywania programu przez pewien automat. Tendencja do zmian położenia agentów, początkowo chaotycznych, później bardzo regularnych, jest raczej wyrazem cech dynamicznych systemu wynikających ze specyficznego sformułowania funkcji operujących na wektorach stanu elementów systemu. Synchronizacja agentów jest zatem określona czynnościowo jako rezultat iterowania złożonego przekształcenia przeprowadzającego system w kolejne stany poszczególnych chwil czasu. Inaczej można wyrazić to następująco: zgodne oscylacje agentów nie są pewnym wzorcowym zachowaniem, do którego system dąży w racjonalny sposób, lecz jeśli system ewoluuje przez dostatecznie długi czas, owo zachowanie pojawia się spontanicznie.

Warto rozważyć powyższe wnioski w kontekście systemów biologicznych, których modelowanie jest jednym z centralnych motywów niniejszej rozprawy. Samorzutna synchronizacja zachowań, opisywana w rozdziale 4, jest zjawiskiem niejednokrotnie spotykanym wśród zbiorowości organizmów żywych [Rosenblum2003], [Bier2000], [Delgado1998], [Geissmann2000]. Członkowie tych zbiorowości, odpowiadający agentom w modelach MACS, wraz ze środowiskiem ich funkcjonowania tworzą systemy dynamiczne i poruszają się po pewnych trajektoriach we własnych przestrzeniach stanów. Wyniki eksperymentów z modelami MACS pozwalają spojrzeć na samorzutne uzgadnianie tych trajektorii ze szczególnej perspektywy. Organizmy synchronizujące swoje zachowanie w systemie biologicznym mogą osiągać ten efekt nie posługując się racjonalnym algorytmem zmierzającym do znanego z góry celu. System nie musi dysponować kryterium uzyskania stanu synchronizacji ani mechanizmem oceny oddalenia systemu od tego stanu w skali bezwzględnej. Nie są również potrzebne wyrafinowane sposoby koordynacji zachowania organizmów zakładające znajomość dynamiki całego systemu, umiejętność podejmowania decyzji i zrozumienie celu, do jakiego zbiorowość dąży.

Istnieje zatem możliwość, iż jedynym czynnikiem, jakim musi dysponować zbiorowość chaotycznie reagujących istot żywych, aby mogła spontanicznie synchronizować swoje zachowanie, jest odpowiednio ukształtowana dynamika przejść między stanami w chronologii zmian systemu. Zgodne błyski świetlików czy spektakularna choreografia ławic ryb mogą być przejawem cech dynamicznych wpisanych na stałe we właściwości poszczególnych organizmów lub całych zbiorowości, nie zaś efektem celowych starań indywidualnych osobników. W przypadku modeli doświadczalnych, na podstawie których można formułować te wnioski, dynamika systemu projektowana była przez eksperymentatora w oparciu o jego intuicję i bez gwarancji skuteczności takiego podejścia. W dziedzinie przyrody ożywionej rolę badacza dobierającego szczegóły przekształceń determinujących dynamikę zbiorowości organizmów może pełnić dobrze znany mechanizm losowych prób, jakim jest ewolucja biologiczna.

Obok wniosków dotyczących zachowań systemów multiagentowych eksperymenty symulacyjne dostarczają również obserwacji obejmujących zagadnienia związane z przeprowadzaniem doświadczeń przy użyciu techniki komputerowej. Wspominana już wielokrotnie duża złożoność obliczeniowa symulacji przemawia za koniecznością intensywnego wykorzystania specjalistycznego oprogramowania komputerowego dedykowanego do tego rodzaju eksperymentów, co stanowi tezę aplikacyjnego nurtu tej rozprawy.

Wśród kierunków dalszych prac doświadczalnych z modelami MACS należy wskazać przede wszystkim eksperymenty symulacyjne wykorzystujące systemy o większej liczbie agentów, systemy iterujące odwzorowanie logistyczne w innych przedziałach współczynnika logistycznego oraz systemy iterujące inne przekształcenia. Ponadto jako przyszłe cele można wyróżnić prowadzenie eksperymentów w dłuższym horyzoncie czasowym symulacji oraz bardziej złożone doświadczenia z wymuszanymi zaburzeniami stanu systemu.

## 6. Zakończenie

### 6.1 *Narzędzie modelowania*

Koncepcja multiagentowych systemów chaotycznych przedstawiona w tej rozprawie jest uogólnieniem pojęcia systemów multiagentowych zaczerpniętego z domeny nauk informatycznych. Generalizacja ta począwszy od jej podstawowych założeń osadzona jest w kontekście chaosu deterministycznego symulowanego w eksperymentach komputerowych. Posadowienie koncepcji na wspólnym obszarze dwóch dziedzin, teorii chaosu deterministycznego oraz symulacji komputerowej, wymaga rozważenia dynamiki dyskretnych iteracyjnych systemów deterministycznych o skończonej przestrzeni stanów, w których występują cechy chaosu. Rozważania te doprowadziły do wprowadzenia pojęcia F-systemu i występującej w nim cechy F-ergodyczności oraz do podjęcia dyskusji nad określeniem własności mieszania F-systemu, która jest kluczowym warunkiem wystąpienia w nim zachowania chaotycznego. Rezultatem tego nurtu badań jest dostrzeżenie konieczności zastąpienia jakościowej definicji zachowania chaotycznego, przeniesionej z systemów o dynamice ciągłej, ilościową miarą chaosu nie dającego się w F-systemie wyraźnie odgraniczyć od zachowania regularnego.

Silne powiązanie multiagentowych systemów chaotycznych z techniką informatyczną obejmuje nie tylko dyskretny i skończony charakter dynamiki, ale dotyczy także samej struktury i sposobu funkcjonowania tych systemów. Oparte na informatycznym pierwowzorze, uogólnione systemy multiagentowe dostrzegane są w niniejszej rozprawie jako model odzwierciedlający powszechnie spotykaną w obszarze badań biologii strukturę organizmów żywych oraz ich zbiorowości. Elementy systemów biologicznych stanowią analogię agentów w komputerowych systemach rozproszonych, co skłania do posłużenia się znaną w informatyce ideą systemu multiagentowego, uogólnioną i przeniesioną na grunt badań biocybernetyki. Uzyskano w ten sposób narzędzie modelowania chaotycznych zachowań systemów złożonych, posiadające szereg cech dobrze odpowiadających cechom systemów biologicznych, lecz nie ograniczone w swoich zastosowaniach jedynie do badań przyrody ożywionej.

Istnieje wreszcie trzeci aspekt związku koncepcji multiagentowych systemów chaotycznych z osiągnięciami informatyki. Posługiwanie się tymi systemami jako narzędziem badawczym jest ściśle uzależnione od dostępności specjalistycznego oprogramowania dedykowanego prowadzeniu eksperymentów symulacyjnych oraz przetwarzaniu zarejestrowanych podczas symulacji danych. Z uwagi na bardzo dużą złożoność obliczeniową eksperymentów

ich wykonywanie nie byłoby możliwe bez wykorzystania odpowiedniego sprzętu komputerowego. Zanurzenie multiagentowych systemów chaotycznych w skończonej i dyskretnej przestrzeni stanów już na etapie formułowania ich definicji z góry zakłada późniejsze wykorzystanie tak powstałych modeli do symulacji komputerowych. Pozwala to uniknąć problemu ograniczonej precyzji obliczeń komputerowych, gdyż wyniki symulacji są tożsame z przewidywanym teoretycznie zachowaniem modelu. Ma to szczególnie istotne znaczenie z uwagi na obecność chaosu w dynamice modelu.

Pierwsze doświadczenia przeprowadzone z multiagentowymi systemami chaotycznymi wykazały, że stosunkowo proste modele są zdolne prezentować złożone zachowania naśladujące pewne zjawiska biologiczne, takie jak spontaniczna synchronizacja zachowań zbiorowości. Podczas symulacji model multiagentowy może osiągnąć stan charakteryzujący się wysoce regularną dynamiką, choć proces osiągania tego stanu ma przebieg chaotyczny. Uporządkowanie wyłaniające się w ten sposób z chaotycznej nieregularności, przypominające samoorganizację tworów biologicznych, stanowi integralną cechę systemu zdeterminowaną przez jego właściwości dynamiczne zapisane w matematycznym opisie odwzorowań iterowanych w czasie symulacji. Rezultaty doświadczeń pozwalają sformułować hipotezę, według której samoorganizacja czynnościowa, której przykładem jest samorzutna synchronizacja, może zachodzić w zbiorowościach tworów biologicznych bez podejmowania przez nie racjonalnych działań i bez apriorycznej znajomości jawnie sformułowanego celu. Weryfikacja tej hipotezy wymaga kontynuowania dotychczasowych prac badawczych.

Multiagentowe systemy chaotyczne dostarczają zatem nie tylko źródła złożonych zachowań dających się symulować metodami komputerowymi, lecz umożliwiają również formułowanie pewnych wniosków dotyczących dynamiki chaotycznych układów biologicznych, które są ich pierwowzorem. Pod tym względem można więc uznać multiagentowe systemy chaotyczne za adekwatne narzędzie modelowania dynamiki złożonych systemów, w tym również biologicznych.

## **6.2 Kierunki dalszych badań**

Prowadzenie doświadczeń z multiagentowymi systemami chaotycznymi może stanowić jeden z kierunków dalszych badań związanych z tymi modelami. Drugim, komplementarnym nurtem rozwoju koncepcji jest dalsza rozbudowa jej teoretycznego podłoża obejmująca zarówno wzbogacanie struktury i funkcji systemów multiagentowych, jak i porównanie ich z pozostałymi narzędziami cybernetyki.

Wspomniane w niniejszej rozprawie propozycje rozbudowy funkcji agentów systemu wskazują na możliwość przyjęcia specyficznych interpretacji niektórych podzbiorów wektora stanu agenta. Zawarte w nim zmienne mogą reprezentować na przykład pamięć stanów przeszłych lub współrzędne położenia agenta w pewnej podprzestrzeni stanów wyróżnionej jako odpowiednik przestrzeni geometrycznej świata realnego. Ta ostatnia interpretacja zapowiada wprowadzenie pojęcia mobilnych agentów zdolnych modelować zachowanie

komórek, organizmów lub całych populacji migrujących w obrębie pewnego środowiska, wytwarzających skupienia bądź utrzymujących dystans między sobą. Inną drogą rozwoju architektury systemu jest uwzględnienie możliwości dynamicznego łączenia się agentów w pojedyncze superagenty oraz rozpadu tak powstałych struktur. Pozwoliłoby to na tworzenie modeli zjawisk obejmujących przejściowe lub trwałe spajanie tworów biologicznych w zgodnie funkcjonujące klastry.

Rozległy obszar przyszłych prac stanowi również koncepcja systemów hiperagentowych będących hierarchicznie zorganizowanym zbiorem multiagentowych systemów chaotycznych, z których jedne zawarte są w innych. Potraktowanie całego systemu multiagentowego jako jednego agenta systemu nadrzędnego wprowadza możliwość odtwarzania struktury i funkcji systemów biologicznych o więcej niż jednym poziomie organizacji, przybliżając model do rzeczywistości świata przyrody ożywionej.

Obok rozbudowy samej idei multiagentowych systemów chaotycznych ważny kierunek badań stanowi rozważanie tej idei w świetle innych koncepcji cybernetycznych, takich jak sztuczne sieci neuronowe [Tadeusiewicz1993], automaty komórkowe, komórkowe sieci neuronowe [Chua1988] czy algorytmy genetyczne [Rutkowska1999], także pod kątem zaadaptowania ich elementów. Interesującym przedsięwzięciem będzie dokonanie analizy własności multiagentowych systemów chaotycznych z punktu widzenia teorii automatów skończonych. Daje się także wskazać możliwość zdefiniowania binarnego systemu multiagentowego, jak również próba zbadania, czy system multiagentowy jest zdolny modelować zachowanie innego systemu cybernetycznego, w tym uniwersalnej maszyny Turinga.

Zarysowane perspektywy kontynuacji prac badawczych wyznaczają multiagentowym systemom chaotycznym nie tylko rolę modeli zjawisk biologicznych, choć taka była pierwotna motywacja do ich opracowania. Jest zatem możliwe, że powstałe narzędzie znajdzie swoje zastosowanie również w dziedzinie badań nad systemami złożonymi i sztuczną inteligencją.

## Literatura

- [Aguado1999] Aguado-Velasco C., Bretscher M.S.: *Circulation of the Plasma Membrane in Dictyostelium*. Molecular Biology of the Cell, Vol. 10: 4419–4427, 1999.
- [Akam1998] Akam M.: *Hox genes, homeosis and the evolution of segment identity: no need for hopeless monsters*. Int. J. Dev. Biol., 42: 445–451, 1998.
- [Anderson2002] Anderson C.: *Self-Organization in Relation to Several Similar Concepts: Are the Boundaries to Self-Organization Indistinct?* Biol. Bull. 202: 247–255, 2002.
- [Baldauf1997] Baldauf S.L., Doolittle W.F.: *Origin and evolution of the slime molds (Mycetozoa)*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Vol. 94: 12007–12012, 1997.
- [Bier2000] Bier M., Bakker B.M., Westerhoff H.V.: *How Yeast Cells Synchronize their Glycolytic Oscillations: A Perturbation Analytic Treatment*. Biophysical Journal, Vol. 78: 1087–1093, 2000.
- [Biey2001] Biey M., Gilli M., Checco P.: *Bifurcation Processes and Chaotic Phenomena in Cellular Neural Networks*. European Conference on Circuit Theory and Design, Espoo, Finland, 2001.
- [Bonabeau1997] Bonabeau E.W., Theraulaz G., Deneubourg J.L., Aron S., Camazine S.: *Self-Organization in Social Insects*. Trends in Ecology and Evolution, 12: 188–193, 1997.
- [Bonabeau1999] Bonabeau E.W., Theraulaz G., Schatz B., Deneubourg J.L.: *Dominance Orders in Animal Societies: The Self-Organization Hypothesis Revisited*. Santa Fe Institute Working Papers, 99-01-007, 1999.
- [Britton2002] Britton N.F., Franks N.R., Pratt S.C., Seeley T.D.: *Deciding on a new home: how do honeybees agree?* Proc. R. Soc. Lond. B 269: 1383–1388, 2002.
- [Buck1988] Buck J.: *Synchronous Rhythmic Flashing of Fireflies II*. Q. Rev. Biol., 63: 265–289, 1988.
- [Chen1999] Chen D.G., Ware D.M.: *A neural network model for forecasting fish stock recruitment*. Can. J. Fish. Aquat. Sci., 56: 2385–2396, 1999.
- [Chua1988] Chua L., Yang L.: *Cellular neural networks: Theory*. IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. 35: 1257–1272, 1988.
- [Cont2000] Cont R., Bouchaud J.P.: *Herd behavior and aggregate fluctuations in financial markets*. Macroeconomic Dynamics, 4: 170–196, 2000.
- [Danca1997] Danca M., Codreanu S., Bakó B.: *Detailed analysis of a nonlinear prey-predator model*. Journal of Biological Physics 23(1): 11–20, 1997.
- [Das1995] Das R., Crutchfield J.P., Mitchell M., Hanson J.E.: *Evolving Globally Synchronized Cellular Automata*. Proceedings of the Sixth International Conference on Genetic Algorithms, 336–343, San Francisco, 1995.
- [Delgado1998] Delgado J., Solé R.V.: *Self-Synchronization and Task Fulfilment in Social Insects*. Santa Fe Institute Working Papers, 98-08-069, 1998.

- [Desharnais2001] Desharnais R.A., Costantino R.F., Cushing J.M., Henson S.M., Dennis B.: *Chaos and population control of insect outbreaks*. Ecology Letters, 4: 229–235, 2001.
- [Dorfman2001] Dorfman J.R.: *Wprowadzenie do teorii chaosu w nierównowagowej mechanice statystycznej*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
- [Dornhaus1998] Dornhaus A., Klüg F., Puppe F., Tautz J.: *Task Selection in Honeybees – Experiments Using Multi-Agent Simulation*. Proc. of GWAL'98, Bochum, Verlag Harry Deutch AG, 1998.
- [Earn1998] Earn D.J.D., Rohani P., Grenfell B.T.: *Persistence, chaos and synchrony in ecology and epidemiology*. Proc. R. Soc. Lond. B 265: 7–10, 1998.
- [Faure1997] Faure P., Korn H.: *A nonrandom dynamic component in the synaptic noise of a central neuron*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 94: 6506–6511, 1997.
- [Franklin1996] Franklin S., Graesser A.: *Is it an Agent or just a Program?: A Taxonomy for Autonomous Agents*. Proceedings of the Third International Workshop on Agent Theories, Architectures and Languages, Springer-Verlag 1996.
- [Freeman1997] Freeman W.J., Chang H.J., Burke B.C., Rose P.A., Badler J.: *Taming Chaos: Stabilization of Aperiodic Attractors by Noise*. IEEE Trans. Circuits Syst., Vol. 44, No. 10: 989–996, 1997.
- [Fruin1993] Fruin J.J.: *The causes and prevention of crowd disasters*. First International Conference on Engineering for Crowd Safety, London, Elsevier Science Publishers, 1993.
- [Geissmann2000] Geissmann T., Orgeldinger M.: *The relationship between duet songs and pair bonds in siamangs, Hylobates syndactylus*. Animal Behaviour, 60: 805–809, 2000.
- [Gellon1998] Gellon G., McGinnis W.: *Shaping animal body plans in development and evolution by modulation of Hox expression patterns*. BioEssays, 20: 116–125, 1998.
- [Haag2001] Haag E.S., True J.R.: *Perspective: From mutants to mechanisms? Assessing the candidate gene paradigm in evolutionary biology*. Evolution, 55(6): 1077–1084, 2001.
- [Hudson2002] Hudson R.E., Aukema J.E., Rispe C., Roze D.: *Altruism, Cheating, and Anticheater Adaptations in Cellular Slime Molds*. The American Naturalist, 160: 31–43, 2002.
- [Jachner1999] Jachner A.: *Indukowane przez drapieżcę mechanizmy obronne u ryb*. KOSMOS, Tom 48, Nr 4: 491–500, 1999.
- [Janies1999] Janies D., DeSalle R.: *Development, Evolution, and Corroboration*. Anat. Rec. (New Anat.) 257: 6–14, 1999.
- [Kendall2002] Kendall B.E.: *Chaos and Cycles*. W: Encyclopedia of Global Environmental Change, Vol. 2: 209–215, John Wiley & Sons, Ltd., Chichester 2002.
- [Kirkland2003] Kirkland J.A., Maciejewski A.A.: *A Simulation of Attempts to Influence Crowd Dynamics*. IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 4328–4333, Washington 2003.
- [Knoll1999] Knoll A.H., Carroll S.B.: *Early Animal Evolution: Emerging Views from Comparative Biology and Geology*. Science, Vol. 284: 2129–2137, 1999.
- [Kube2000] Kube R.C., Bonabeau E.: *Cooperative transport by ants and robots*. Robotics and Autonomous Systems, Vol. 30: 85–101, Elsevier 2000.
- [Kunz2003] Kunz H., Hemelrijk C.K.: *Artificial Fish Schools: Collective Effects of School Size, Body Size, and Body Form*. Artificial Life, 9: 237–253, 2003.
- [Lloyd2003] Lloyd J.E., Ballantyne L.A.: *Taxonomy and behavior of Photuris trivittata sp.* Florida Entomologist, 86 (4): 464–473, 2003.

- [Loscos2003] Loscos C., Marchal D., Meyer A.: *Intuitive Crowd Behaviour in Dense Urban Environments using Local Laws*. Theory and Practice of Computer Graphics 2003, Eurographics, Birmingham 2003.
- [Manzanares2001] Manzanares M., Krumlauf R.: *Evolutionary Developmental Biology: Hox Gene Evolution*. Encyclopedia of Life Sciences, Nature Publishing Group, 2001.
- [Marée1999] Marée A.F.M., Panfilov A.V., Hogeweg P.: *Phototaxis during the slug stage of Dictyostelium discoideum: a model study*. Proc. R. Soc. Lond. B 266: 1351–1360, 1999.
- [May1995] May R.M.: *Necessity and chance: Deterministic chaos in ecology and evolution*. Bulletin of the American Mathematical Society, Vol. 32, No. 3: 291–308, 1995.
- [Méndez2000] Méndez A.F., Gómez-Ramírez E.: *Morphogenesis with Cellular Neural Networks*. Proceedings of the IASTED International Conference Intelligent Systems and Control 2000, Honolulu, Hawaii 2000.
- [Mimkes2000] Mimkes J.: *Society as a Many-Particle System*. J. Thermal Anal., Vol. 60, 2000.
- [Minelli1998] Minelli A.: *Molecules, Developmental Modules, and Phenotypes: A Combinatorial Approach to Homology*. Molecular Phylogenetics and Evolution, Vol. 9, No. 3: 340–347, 1998.
- [Moores1996] Moores S.L., Sabry J.H., Spudich J.A.: *Myosin dynamics in live Dictyostelium cells*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Vol. 93: 443–446, 1996.
- [Morrison1996] Morrison F.: *Sztuka modelowania układów dynamicznych deterministycznych, chaotycznych, stochastycznych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1996.
- [Murakami2002] Murakami Y., Minami K., Kawasoe T., Ishida T.: *Multi-Agent Simulation for Crisis Management*. IEEE International Workshop on Knowledge Media Networking, 135–139, 2002.
- [Musse1997] Musse S.R., Thalmann D.: *A Model of Human Crowd Behavior: Group Inter-Relationship and Collision Detection Analysis*. Computer Animation and Simulations '97, Proc. Eurographics workshop, pp. 39–51, Springer Verlag, 1997.
- [Neda1996] Neda Z., Bakó B., Rees E.: *The dripping faucet revisited*. CHAOS, Vol. 6, No. 1: 59–62, 1996.
- [Oboshi2002] Oboshi T., Kato K., Mutoh A., Itoh H.: *Collective or Scattering: Evolving Schooling Behaviors to Escape from Predator*. Artificial Life, VIII: 386–389, 2002.
- [Olie1998] Olie R.A., Durrieu F., Cornillon S., Loughran G., Gross J., Earnshaw W.C., Golstein P.: *Apparent caspase independence of programmed cell death in Dictyostelium*. Current Biology, Vol. 8, No. 17: 955–958, 1998.
- [Ott1997] Ott E.: *Chaos w układach dynamicznych*. Wydawnictwa Naukowo Techniczne, Warszawa 1995.
- [Palsson2000] Palsson E., Othmer H.G.: *A model for individual and collective cell movement in Dictyostelium discoideum*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, Vol. 97, No. 19: 10448–10453, 2000.
- [Pecora1997] Pecora L.M., Carroll T.L., Johnson G.A., Mar D.J., Heagy J.F.: *Fundamentals of synchronization in chaotic systems, concepts and applications*. Chaos, Vol. 7, No. 4: 520–543, 1997.
- [Peitgen1997] Peitgen H.O., Jürgens H., Saupe D.: *Granice chaosu. Fraktale*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1997.
- [Peters1997] Peters E.E.: *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*. WIG-Press, Warszawa 1997.

- [Pollock1998] Pollock N., Koonce M.P., de Hostos E.L., Vale R.D.: *In Vitro Microtubule-Based Organelle Transport in Wild-Type Dictyostelium and Cells Overexpressing a Truncated Dynein Heavy Chain*. Cell Motility and the Cytoskeleton, 40: 304–314, 1998.
- [Popadić1998] Popadić A., Abzhanov A., Rusch D., Kaufman T.C.: *Understanding the genetic basis of morphological evolution: the role of homeotic genes in the diversification of the arthropod bauplan*. Int. J. Dev. Biol., 42: 453–461, 1998.
- [Prokhorov2003] Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I., Gridnev V.I., Bodrov M.B., Bespyatov A.B.: *Synchronization between main rhythmic processes in the human cardiovascular system*. Physical Review, E 68-041913, 2003.
- [Rajski1994] Rajski A.: *Zoologia*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1994.
- [Rensing2001] Rensing L., Meyer-Grahe U., Ruoff P.: *Biological timing and the clock metaphor: Oscillatory and hourglass mechanisms*. Chronobiology International, 18 (3): 329–369, 2001.
- [Rosenblum2003] Rosenblum M., Pikovsky A.: *Synchronization: from pendulum clocks to chaotic lasers and chemical oscillators*. Contemporary Physics, Vol. 44, No. 5: 401–416, 2003.
- [Rutkowska1999] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L.: *Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1999.
- [Sánchez2000] Sánchez E., Matías M.A., Pérez-Muñuzuri V.: *Chaotic Synchronization in Small Assemblies of Driven Chua's Circuits*. IEEE Transactions on Circuits and Systems – I, Vol. 47, No. 5: 644–654, 2000.
- [Schreiber2001] Schreiber S.J.: *Chaos and Population Disappearances in Simple Ecological Models*. Journal of Mathematical Biology, 42: 239–260, 2001.
- [Schuster1995] Schuster H.G.: *Chaos deterministyczny*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995.
- [Sen1997] Sen S.: *Multiagent systems: milestones and new horizons*. Trends in Cognitive Sciences, Vol. 1, No. 9: 334–340, Elsevier Science 1997.
- [Shaw1984] Shaw R.: *The Dripping Faucet as a Model Chaotic System*. Aerial, SantaCruz 1984.
- [Sherratt1997] Sherratt J.A., Eagan B.T., Lewis M.A.: *Oscillations and chaos behind predator-prey invasion: mathematical artifact or ecological reality?* Phil. Trans. R. Soc. Lond., B 352: 21–38, 1997.
- [Solé1999a] Solé R.V., Gamarra J.G.P., Ginovart M., López D.: *Controlling Chaos in Ecology: From Deterministic to Individual-based Models*. Bulletin of Mathematical Biology, 61: 1187–1207, 1999.
- [Solé1999b] Solé R.V., Bonabeau E., Garcia-Fernandez J., Fernandez P., Marin J.: *Pattern Formation and Optimization in Army Ant Raids*. Santa Fe Institute Working Papers, 99-10-074, 1999.
- [Solé2003] Solé R.V., Fernandez P.: *Modularity "for Free" in Genome Architecture*. Santa Fe Institute Working Papers, 03-12-071, 2003.
- [Szweykowski1992] Szweykowski J., Szweykowska A.: *Botanika*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1992.
- [Tadeusiewicz1991] Tadeusiewicz R.: *Problemy Biocybernetyki*. PWN, Warszawa 1991.
- [Tadeusiewicz1993] Tadeusiewicz R.: *Sieci neuronowe*. Akademicka Oficyna Wydawnicza RM, Warszawa 1993.
- [Toth1996] Toth G., Lent C.S., Tougaw P.D., Brazhnik Y., Weng W., Porod W., Liu R.W., Huang Y.F.: *Quantum cellular neural networks. Superlattices and Microstructures*, Vol. 20, No. 4: 473–478, 1996.
- [Tu1994] Tu X., Terzopoulos D.: *Artificial Fishes: Physics, Locomotion, Perception, Behavior*. Computer Graphics, Annual Conference Series, Vol. 28: 43–50, 1994.

- [Vervoort2002] Vervoort M.: *Functional evolution of Hox proteins in arthropods*. BioEssays 24: 775–779, 2002.
- [Wang1999] Wang X.F., Wang Z.Q., Chen G.: *A new criterion for synchronization of coupled chaotic oscillators with application to Chua's circuits*. International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 9, No. 6: 1169–1174, 1999.
- [Wang2002] Wang X.F., Chen G.: *Synchronization in small-world dynamical networks*. International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 12, No. 1: 187–192, 2002.
- [Ward2001] Ward C.R., Gobet F., Kendall G.: *Evolving Collective Behavior in an Artificial Ecology*. Artificial Life, 7: 191–209, 2001.
- [Wu2003] Wu C.W.: *Synchronization in coupled arrays of chaotic oscillators with nonreciprocal coupling*. IEEE Transactions on Circuits and Systems – I, Vol. 50, No. 2: 294–297, 2003.